



Invito all'analisi  
non lineare

© 2013, Softing srl

La riproduzione anche parziale è ammessa citando la fonte.

Alcune immagini sono tratte da articoli il cui copyright appartiene ad altri autori.  
Rev 130108

[www.softing.it](http://www.softing.it)

# Invito all'analisi non lineare

Roberto Spagnuolo

Softing srl



## **Indice**

1. Metodo di risoluzione	7
2. Modelli non lineari dei materiali	16
3. La struttura dell'ambiente Earthquake Engineering	24
4. Analisi dinamica non lineare	30
5. L'analisi “pushover”	33

#### **Avvertenza:**

Gli esempi, le immagini ed i nomi di ambienti e programmi, se non diversamente specificato, si riferiscono a prodotti software della Softing srl.

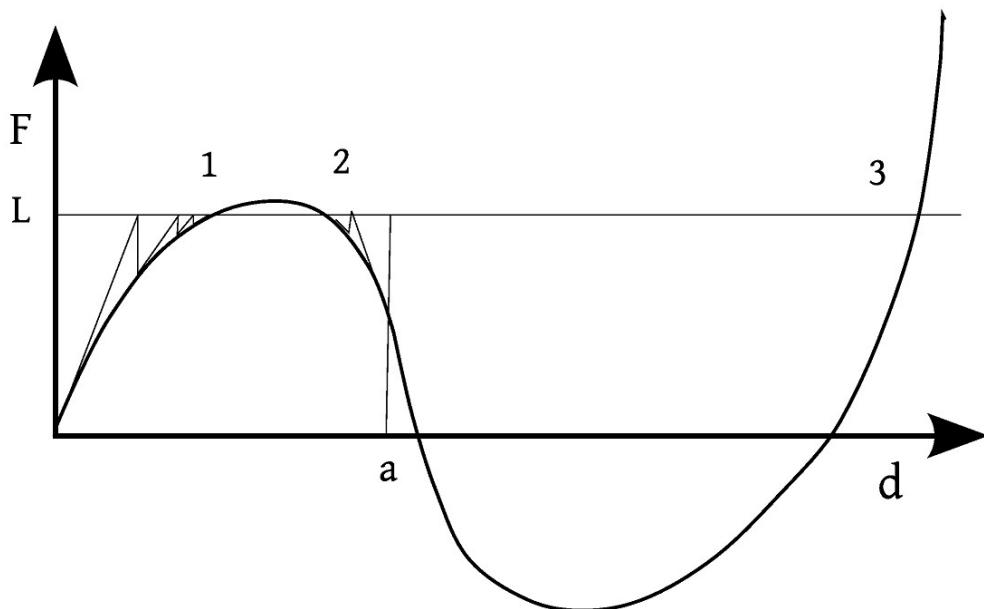
## 1. Metodo di risoluzione

Deve essere molto chiaro che non esistono “fenomeni non lineari” ma esistono fenomeni che possono essere matematicamente descritti solo da espressioni non-lineari. Non-lineare è la formulazione non certo il fenomeno.

Non esistono, se non in casi particolarissimi, soluzioni in forma chiusa (diretta) di formulazioni non lineari. Il metodo per affrontare il problema è sempre e solo quello di percorrere la curva (quindi non retta essendo non lineare) in percorsi linearizzati a tratti.

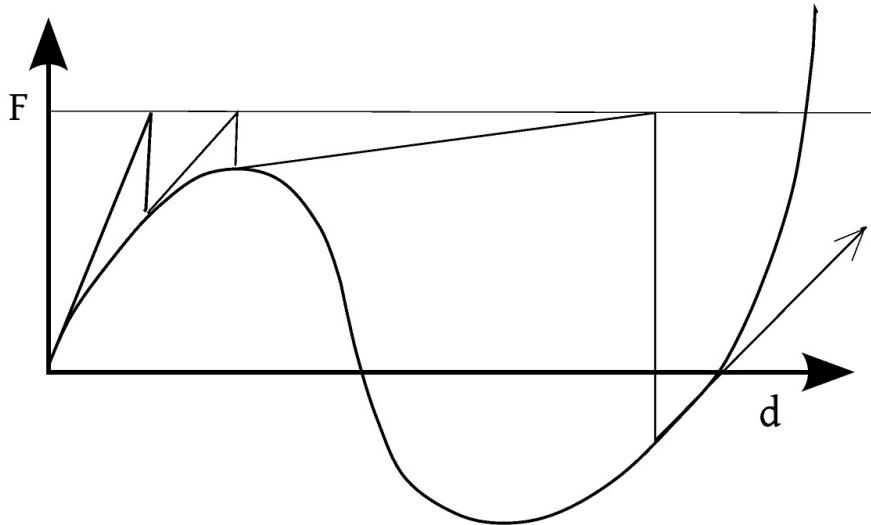
Ciò comporta il pericolo di “uscire fuori strada”. Ciò va compreso a fondo se si impiegano metodi di risoluzione non lineari per poter comprendere i risultati ottenuti dal procedimento.

Nella figura seguente, vediamo il procedimento di linearizzazione.



Ci si sposta cioè sulla curva partendo da un punto e muovendosi secondo la tangente alla curva. L'intersezione tra tangente e livello di carico  $L$  determina un punto. Si calcola quindi il corrispondente punto equilibrato sulla curva e si ripete il procedimento finché il residuo non equilibrato (distanza tra il punto sul livello di carico e quello sulla curva) non scenda sotto una soglia prefissata. In figura si vede come vi siano tre soluzioni possibili ma partendo dall'origine se ne trova una sola. Se si assegna uno spostamento iniziale diverso, ad esempio  $a$ , si converge alla seconda soluzione.

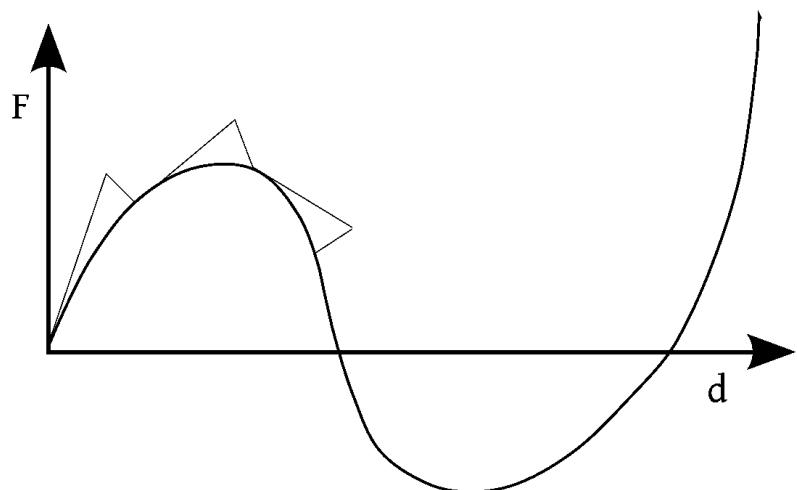
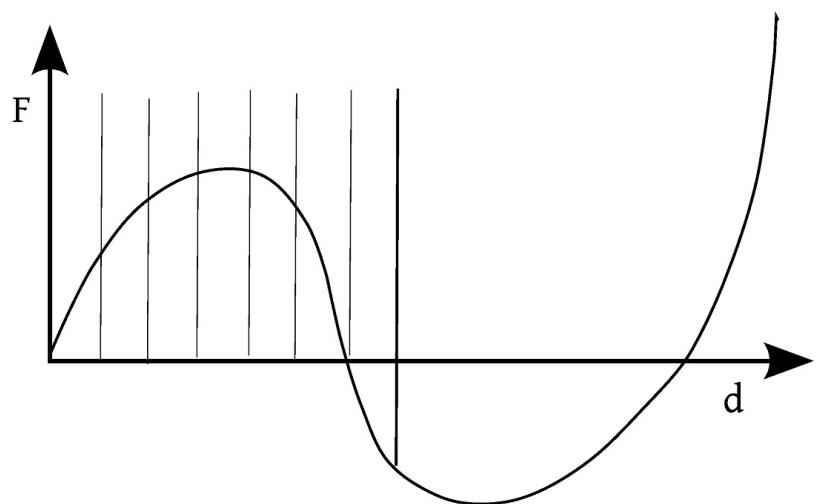
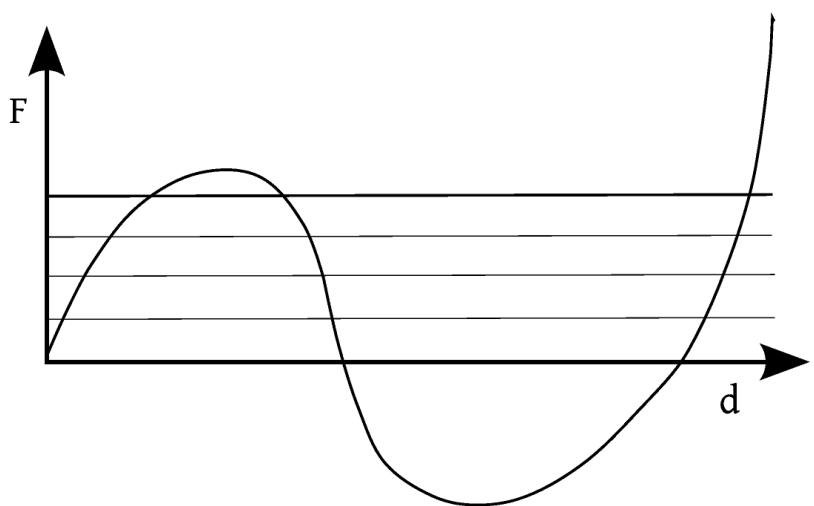
Nella figura successiva vediamo perché il metodo può “non convergere”, cioè sperdersi cercando la soluzione lontano da dove si trova. Si badi bene. In certi casi il metodo non converge indicando che la soluzione non esiste, in altri casi non converge perché non è in grado di trovarla. La differenza tra le due situazioni non è “comprensibile” dall'algoritmo che pertanto non è in grado di segnalarla, ma da un punto di vista pratico la differenza è importante.



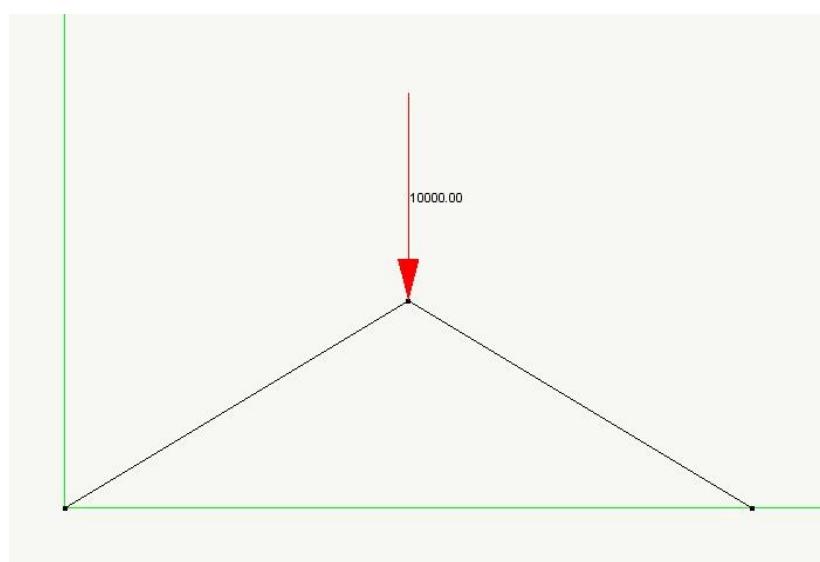
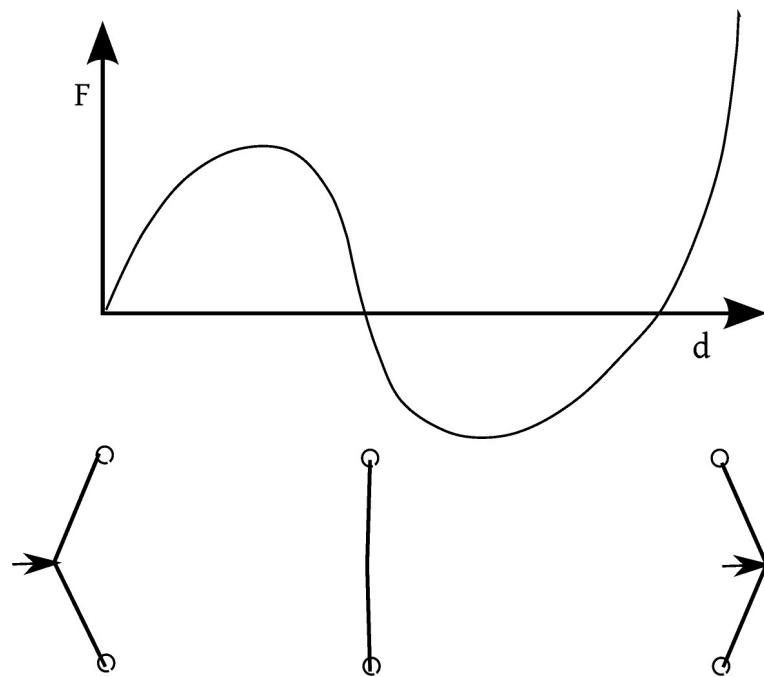
Per facilitare la convergenza alla soluzione vi sono tre metodi: procedere per livelli di carico crescenti o per spostamenti crescenti, sostanzialmente "affettando" - in questo caso il piano - per poter più facilmente far convergere la soluzione in passi più piccoli. Il "controllo di convergenza" per carico o spostamento ovviamente agisce secondo piani ortogonali nello spazio forza-spostamento e pertanto i due metodi possono essere entrambi utili ma in situazioni diverse non sempre percettibili a prima vista soprattutto dall'operatore senza molta esperienza.

Un terzo metodo più sofisticato ma, di conseguenza meno facile da usare, procede per "lunghezza d'arco" quindi ha i vantaggi dei due metodi precedenti. Purtroppo lo spazio in cui si muove è dimetrico per cui occorre un moltiplicatore che omogeneizzi la dimensione dei carichi con quella degli spostamenti e anche qui ci vuole esperienza e pazienza. Vi sono anche altri metodi per facilitare la convergenza (linear search, passo variabile etc. ma non complichiamo le cose).

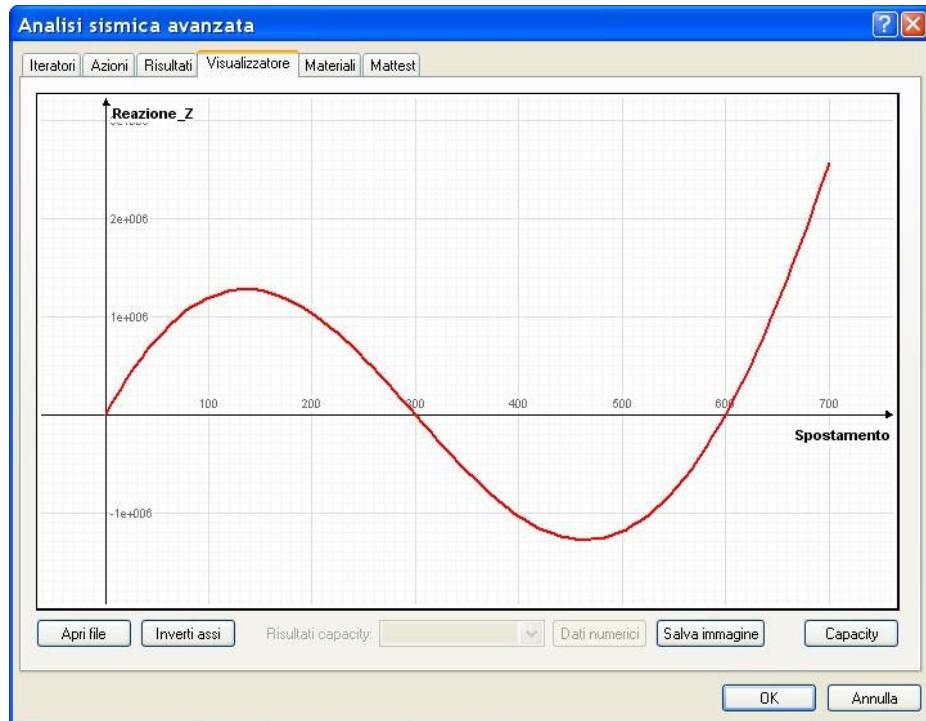
Nella figure successive i tre metodi.



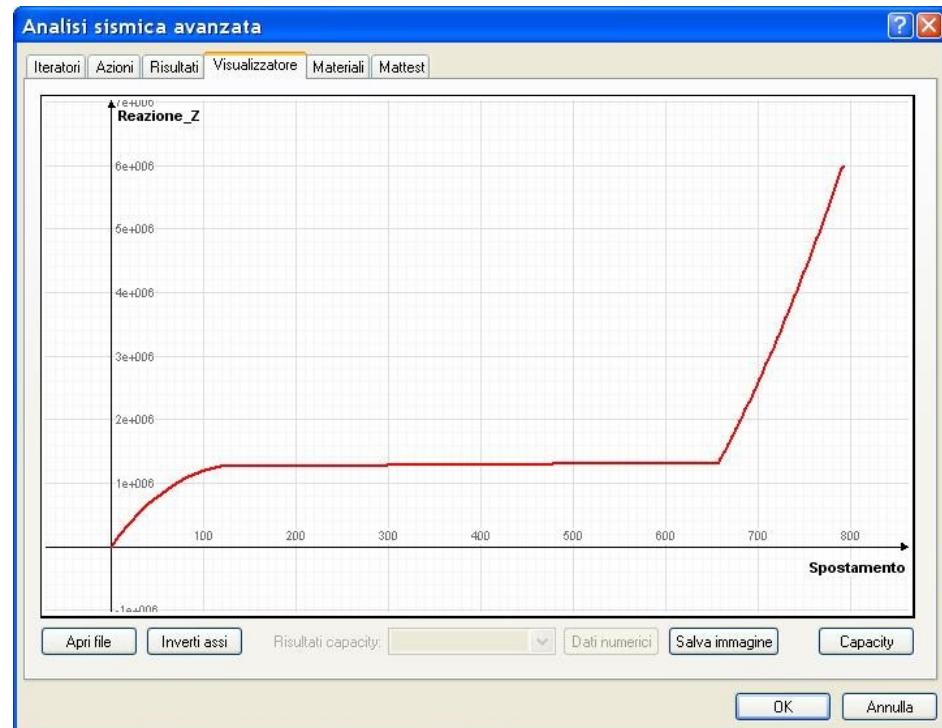
La curva riportata come esempio non è inventata ma descrive il comportamento di una "truss" dotata di due elementi e caricata sulla cerniera centrale. La forza aumenta fino alla massima deformazione elastica possibile delle aste poi la disposizione di queste ultime fa sì che la forza debba diminuire perché l'angolo tra le aste ne diminuisce la "portanza" finché le due aste allineate non possono avere alcuna forza equilibrata e la forza si annulla. La deformazione elastica "trascina" la forza che deve invertire il suo segno per restare equilibrata finché le aste non tornano a potersi deformare, questa volta in trazione, e la forza aumenta indefinitivamente con lo spostamento verticale del punto di applicazione. Qui sotto di nuovo il grafico ma abbinato alle posizioni del punto di applicazione della forza. Ancora di seguito il modello della truss in Nòlian.



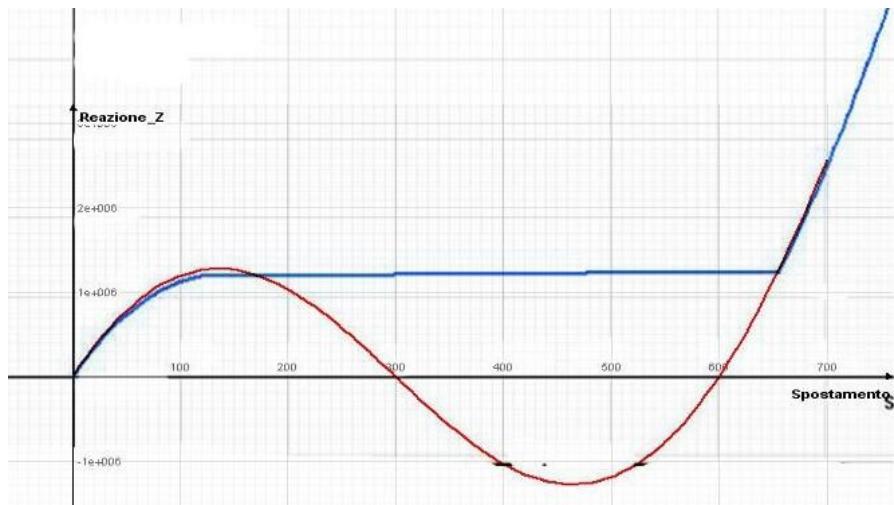
Se in Nolian analizziamo la truss tracciando lo spostamento in relazione alla forza, otteniamo la curva sulla quale abbiamo finora ragionato.



In questo caso siamo andati in controllo di spostamento ("affettando" cioè lo spazio secondo lo spostamento per favorire la possibilità di percorrere tutta la curva. Vediamo cosa accade in controllo di carico.



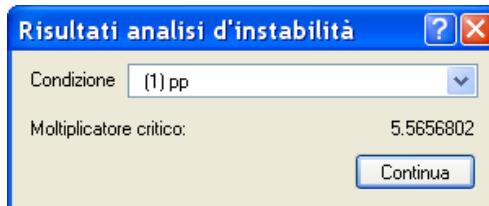
Il risultato è molto interessante infatti l'algoritmo ha "affettato" il carico orizzontalmente ma arrivato alla sommità della prima curva (il massimo relativo), procedendo per la tangente ha intercettato il ramo ascendente della curva che si ha DOPO il passaggio brusco del punto da sopra a sotto il piano degli appoggi. Si ha cioè uno "snap trough". Sovrapponendo le curve si vede che l'algoritmo si è comportato perfettamente, ma vi sono dei limiti intrinseci che bisogna conoscere.



Va notato, per dovere di completezza che il punto in cui i due metodi di controllo portano a differenti soluzioni è un punto di biforcazione dell'equilibrio per cui, a rigore non si può dire che una soluzione sia più valida dell'altra, occorre però notare come in questo tipo di problemi esistono spessissimo punti di biforcazione e, se non si impiegano specifici metodi per analizzare tali punti – metodi computazionalmente onerosi del tutto sproporzionati per problemi ordinari anche di alta ingegneria, l'algoritmo di risoluzione imbocca una delle due biforcazioni talvolta in modo pseudo-casuale.

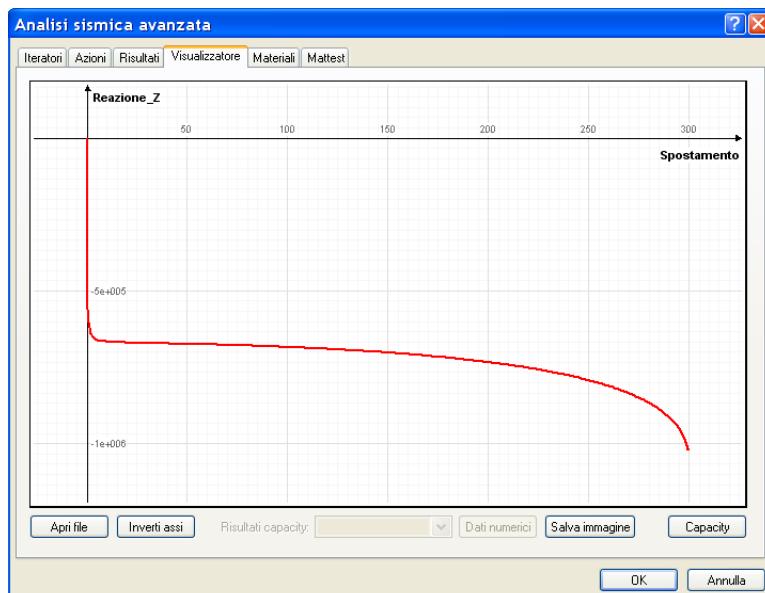
L'instabilità per carico di punta è uno di questi casi infatti in assenza di perturbazioni dell'equilibrio una soluzione equilibrata è quella del carico centrato. Basta però una perturbazione minima che si imbocchi l'altra via del punto di biforcazione. Questo è un fenomeno fisico che trova perfetto riscontro nella simulazione numerica. Vediamo un esempio con un singolo pilastro.

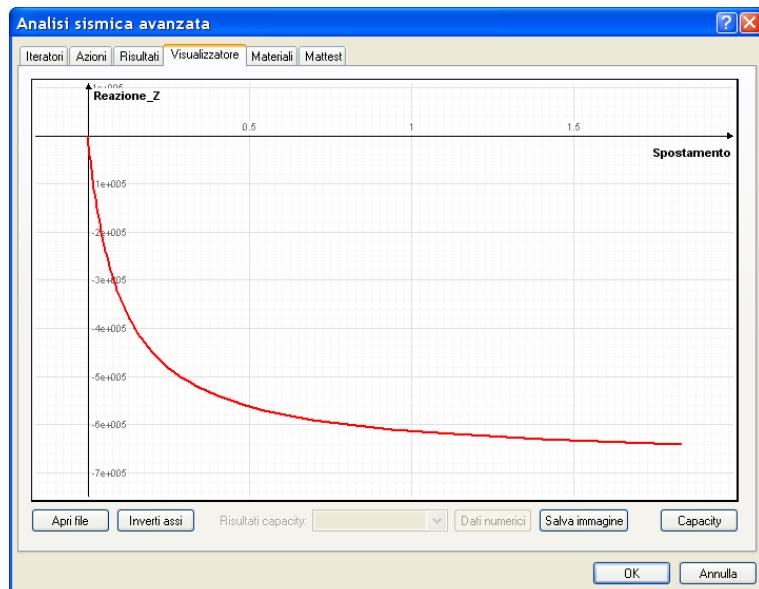
Il pilastro dell'esempio è alto 300 cm (sezione 30x30 e=300000) e presenta un carico critico euleriano di 555156 kg. L'ambiente EE consente anche un'analisi di buckling che conferma il valore teorico (la forza verticale assegnata è appunto 100000 kg e quindi il moltiplicatore critico è quello in figura).



Per orientare la soluzione verso la biforcazione voluta si può assegnare uno spostamento minimo in sommità (anche 0.1 cm è sufficiente) oppure una forza orizzontale minima.

Come si vede nella prima delle figure sottostanti, l'analisi riesce a raggiungere un punto di spostamento in cui al trave si è completamente inflessa fino a porsi in posizione orizzontale. Il carico critico (punto del diagramma in cui inizia lo spostamento orizzontale) è quello euleriano, ovviamente. La trave è indefinitivamente elastica, cosa non realistica. Assegnando un materiale elasto-plastico in un elemento a fibre, il comportamento è molto più realistico. Si noti, a proposito, come le formulazioni in forma chiusa relative alla tensione critica, al carico critico euleriano  $r_{tc}$ , con i metodi computazionali avanzati vengano superate e generalizzate anzi, mostrano la loro inadeguatezza ad una corretta informatizzazione.





Osserviamo, a questo punto, come la flessibilità dell'ambiente EE consenta di esplorare a fondo ogni soluzione progettuale e i sperimentare al fine di consolidare, se non formare del tutto, una nostra maggior consapevolezza sul comportamento dei materiali e sulle possibilità ed i limiti di soluzioni numeriche.

## 2. Modelli non lineari dei materiali

L'esempio precedente prevedeva una non linearità dovuta alla geometria. Cioè la struttura poteva subire grandi spostamenti e tali spostamenti dovevano essere tenuti in conto per trovare una soluzione equilibrata.

Un altro tipo di fenomeno che deve essere descritto con leggi non lineari si ha quando si hanno grandi deformazioni rispetto alle tensioni. Con un esempio, un materiale viscoso. Salvo la viscosità del calcestruzzo, che può essere affrontata con altri mezzi e non è tale da dar luogo a grandi deformazioni, questo tipo di problema non è comune in ambito strutturale.

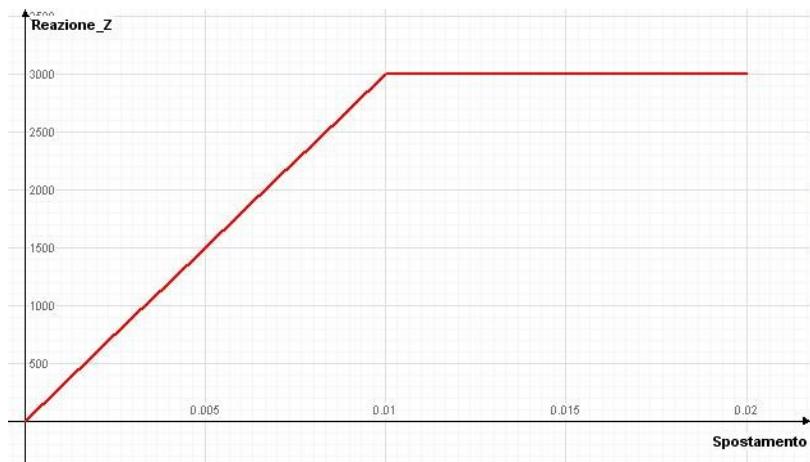
Un terzo tipo di problemi descritti da modelli non lineari è il comportamento dei materiali.

Come si vede, la natura non cataloga, ma per affrontare problemi così complessi si devono suddividere i problemi ed impiegare modelli diversi. Questo modo di operare non si presenta nell'analisi elastica e quindi, affrontando modelli non lineari, si deve cambiare completamente metodo mentale di approccio.

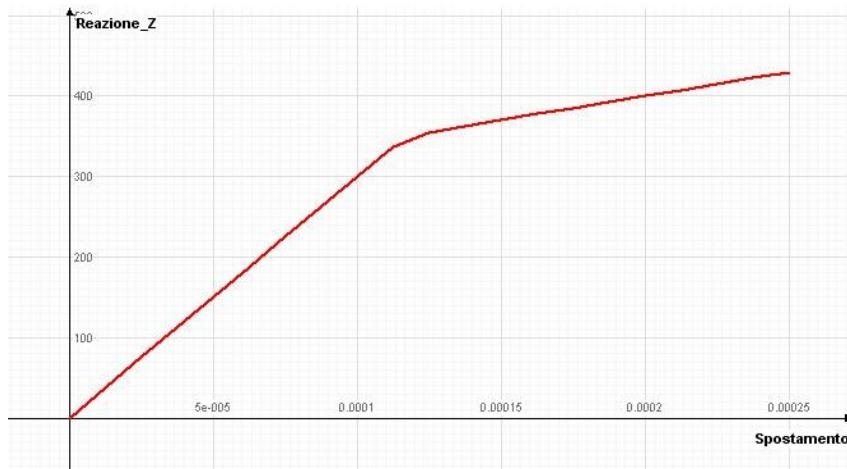
Quindi i principali fenomeni affrontati con modelli non lineari sono:

- grandi spostamenti
- grandi deformazioni
- grandi rotazioni
- comportamento del materiale.

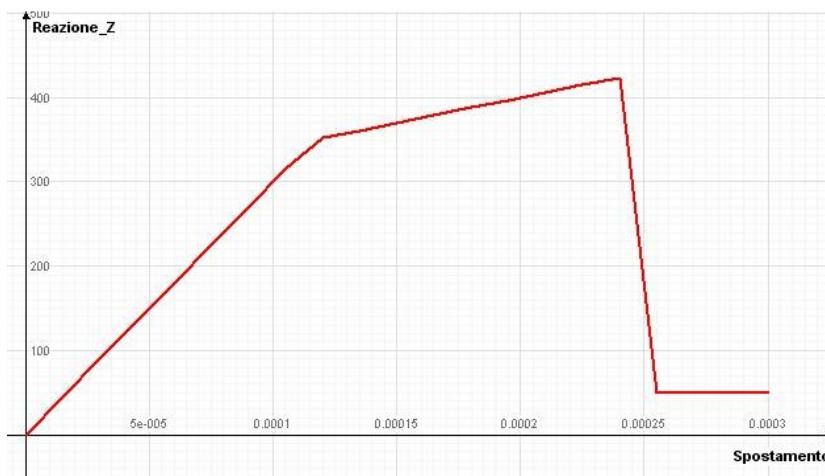
Il più semplice modello non lineare di comportamento di un materiale, è un materiale uniassiale a comportamento elastico – perfettamente plastico.



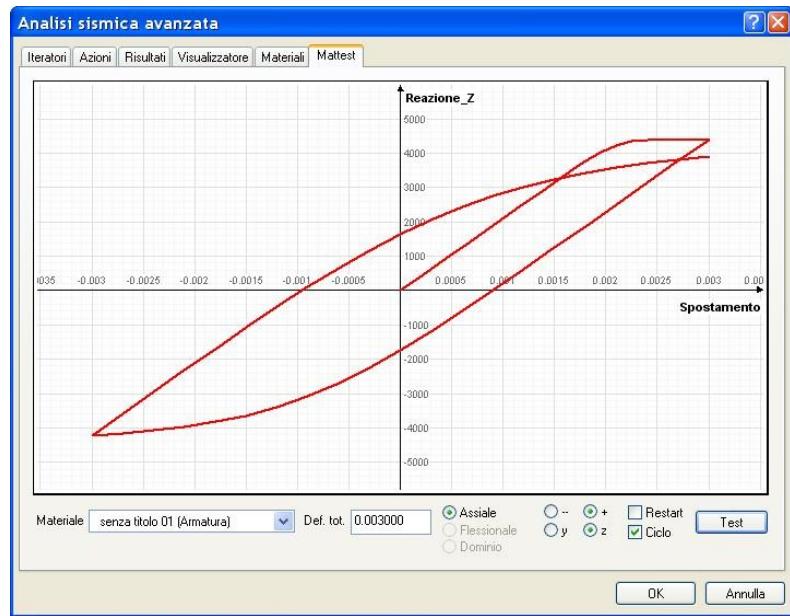
Nella figura successiva, allo stesso materiale abbiamo aggiunto l'incrudimento.



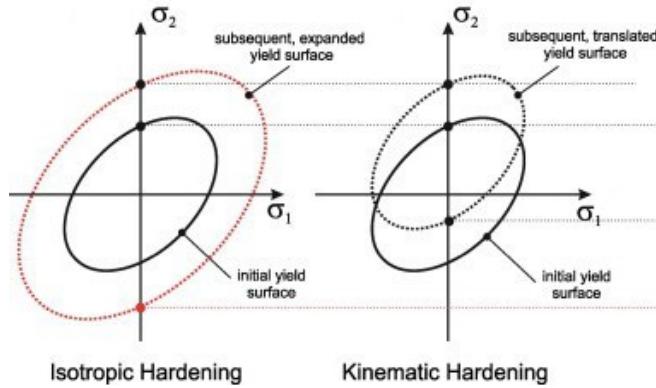
Ed ora aggiungiamo un limite alla soglia plastica per modellare un comportamento del tipo di quello suggerito dal codice FEMA.



Si posso avere legami tensione-deformazione molto articolati. Riportiamo nella figura successiva il legame per l'acciaio di armatura dovuto a Pinto E Menegotto. Il diagramma è stato ottenuto in Nolian, tramite il MatTest, una serie di funzioni che consentono di "montare" il materiale voluto su un elemento (in automatico) e di analizzarlo diagrammando il comportamento tramite di una deformazione che aumenta fino ad un valore assegnato. Qui si vede un intero ciclo e si coglie l'effetto "Bausinger". Le funzionalità di MatTest consentono di testare "dal vivo" il modo in cui abbiamo "costruito" un materiale permettendoci di controllare le assegnazioni e le aggregazioni più complesse, ad esempio di materiali "monrtati" in serie o in parallelo. Non si tratta quindi della diagrammazione del legame del materiale tramite la formulazioni dello stesso, ma del vero risultato di una analisi su un modello.

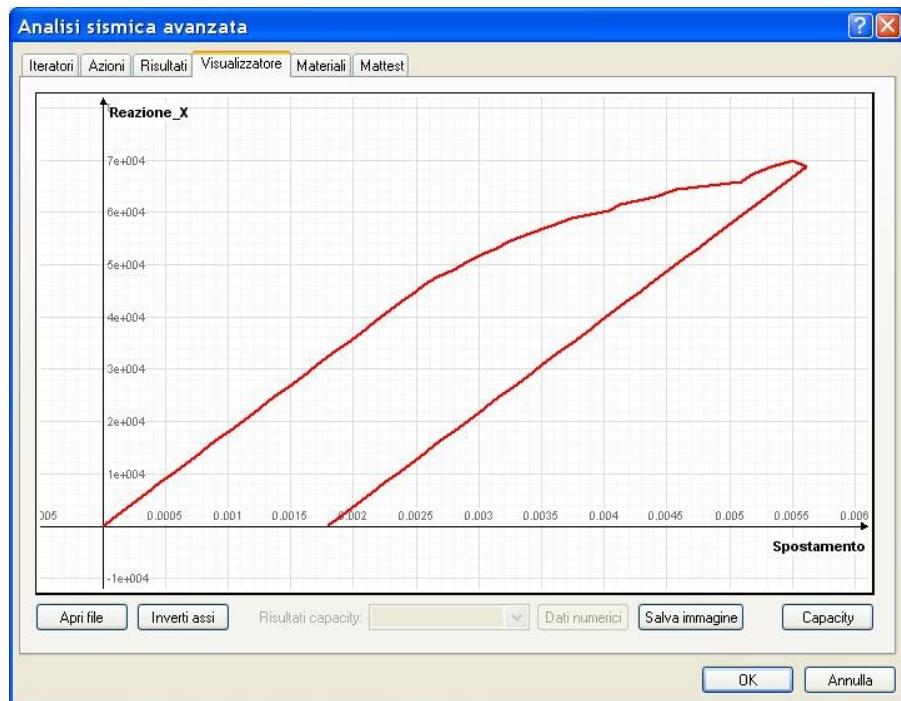
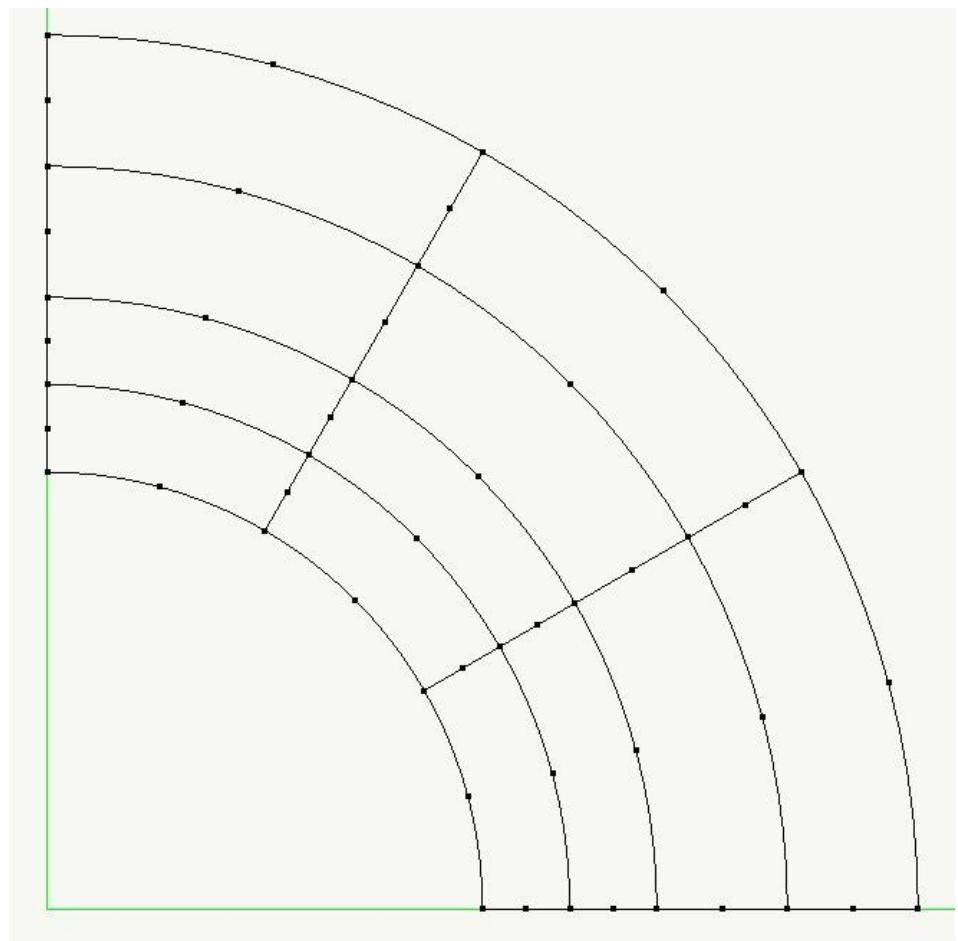


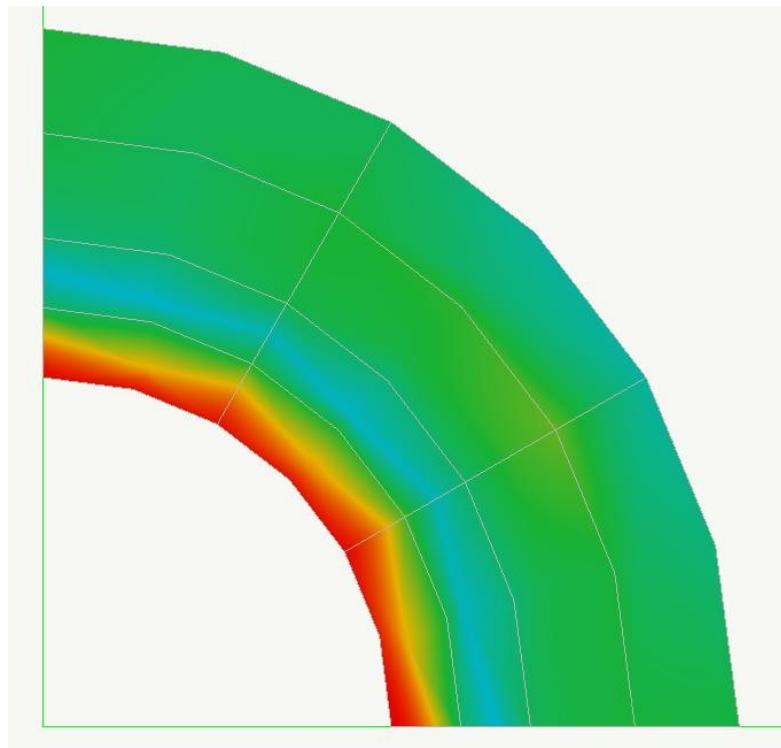
Di fenomeni legati al comportamento del materiale, anche se semplicemente uniaxiale, vengono sopratutto altri tra i quali l'incrudimento (hardening) sia isotropo che cinematico, ma questi comportamenti attengono soprattutto a fenomeni ciclici che qui non affronteremo se non marginalmente.



Benché i casi di impiego di materiali uniaxiali sembra molto limitato (solo cavi, molle, cerniere), dalla formulazione degli elementi finiti a "fibre" questi materiali con molta versatilità a potenza stanno rivestendo una notevole importanza.

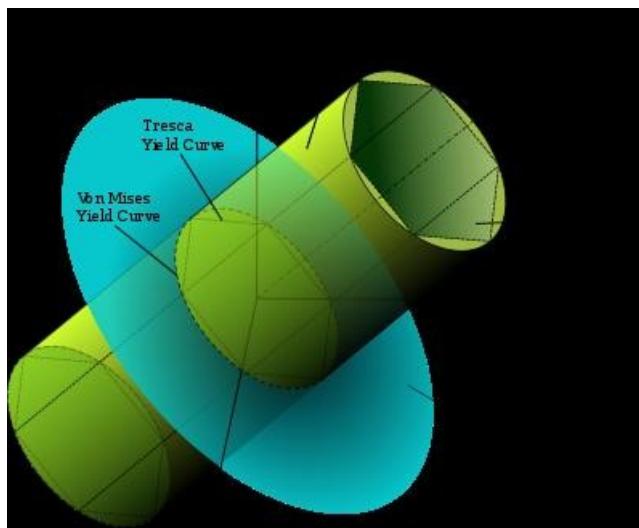
Un fenomeno notissimo ma pur sempre interessante è quello del ritorno elastico di un materiale plastico che denuncia la deformazione plastica residua e, come nel caso della figura seguente, figura successiva uno sforzo residuo. La figura infatti riporta, a livelli di colore, le tensioni dopo lo scarico. Nella prima figura la sezione di un tubo caricato internamente dalla pressione. Se ne è modellato un solo quarto fruttando la simmetria radiale. Ovviamente le condizioni di vincolo sono apposte in modo da rispettare tale simmetria. Nella seconda figura il diagramma forza-spostamento di un nodo interno. Nella terza lo sforzo residuo.



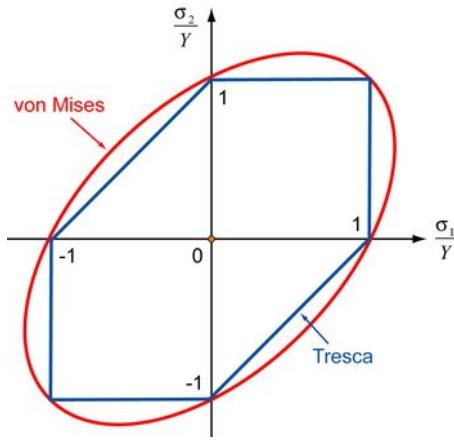


Il problema si complica, come abbiamo già visto, se lo stato tensionale si esplica nel piano. In questo caso lo stato tensionale è espresso dalle tre componenti del tensore di tensione:  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ . E' quindi necessario trovare un criterio – detto appunto criterio plastico – che consenta di individuare univocamente una superficie, nello spazio tridimensionale delle variabili di tensione, che definisca il dominio del comportamento elastico per cui, superate le deformazioni elastiche, siano consentite sì tali deformazioni, ma le tensioni siano limitate alla superficie del criterio plastico.

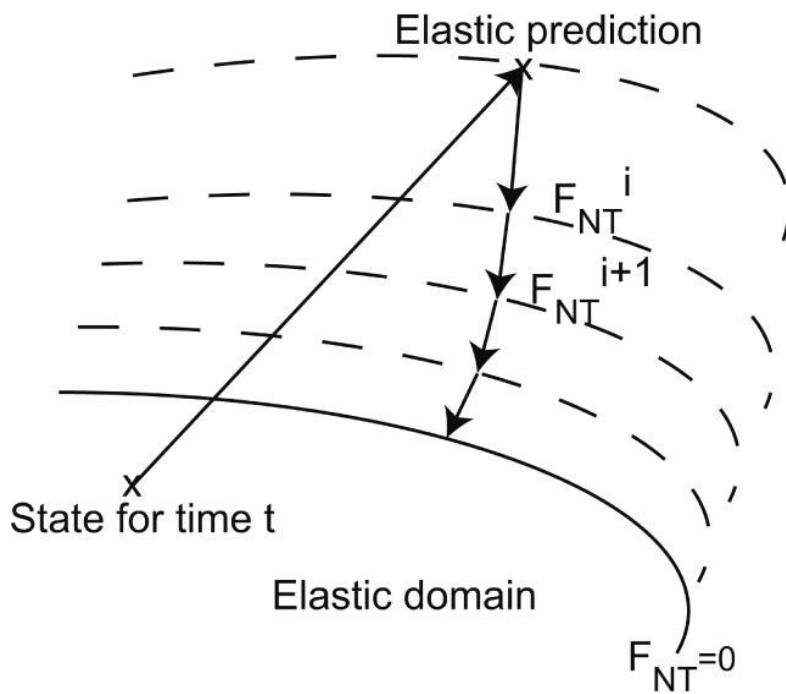
Così si hanno vari criteri a tutti ben noti. Si riporta solo quello di von Mises, espresso nelle componenti delle tensioni principali:  $Y = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2}$ . L'immagine che segue è tratta da Wikipedia.



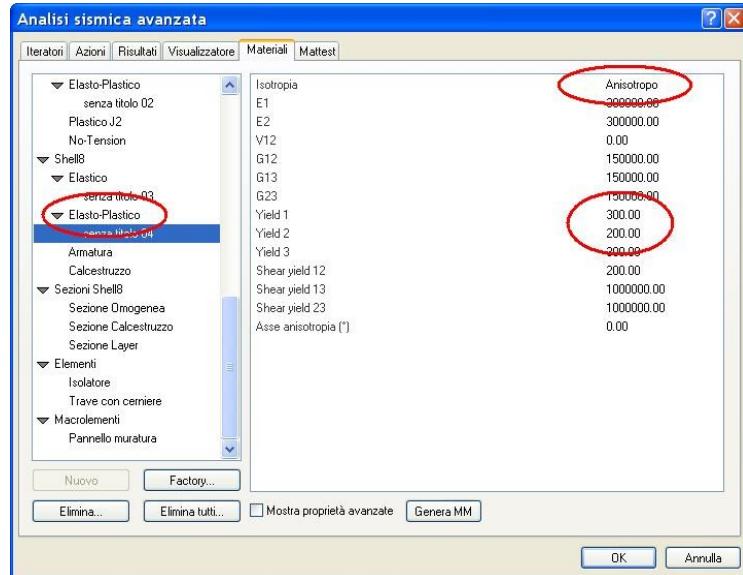
Una sezione sul piano per  $\sigma_z=0$ , nel caso di von Mises forma un'ellisse raffigurato nella figura seguente con il criterio di o di Tresca.



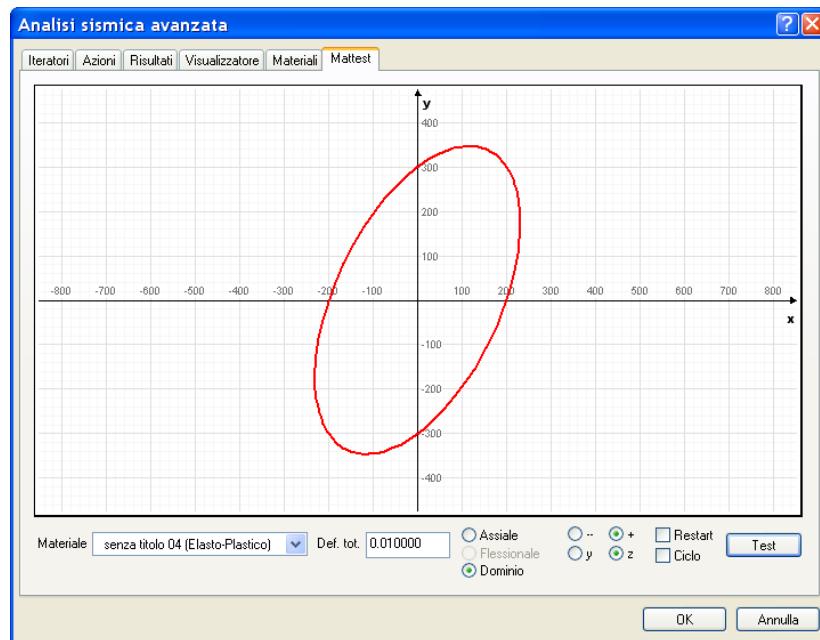
Da un punto di vista computazionale, dato un punto di tensione ottenuto considerando lo materiale elastico, occorre riportarlo sulla superficie di snervamento secondo una opportuna proiezione. Qui entra in gioco un altro concetto, quella di flusso (flow) plastico il quale descrive le deformazioni plastiche. Senza entrare nei dettagli, tale flow può essere “associato” se – in “pratica” - prevede un ritorno seguendo la proiezione del punto lungo la normale alla superficie. Nella maggior parte dei materiali invece tale flow non è associativo, cioè la deformazione plastica si comporta in modo diverso dalla funzione di snervamento. Ma queste sono solo informazioni per completare la panoramica contenutissima sulla plasticità, non indispensabili a chi opera con un programma di calcolo. Un aspetto invece utile può essere ricordare che il materiale può avere comportamento isotropo (stesso comportamento in tutte le direzioni) o anisotropo con comportamenti non eguali per ogni direzione. Anche il criterio plastico segue le leggi di anisotropia. La muratura, è giusto ricordarlo, ha un comportamento decisamente ortotropo a compressione.



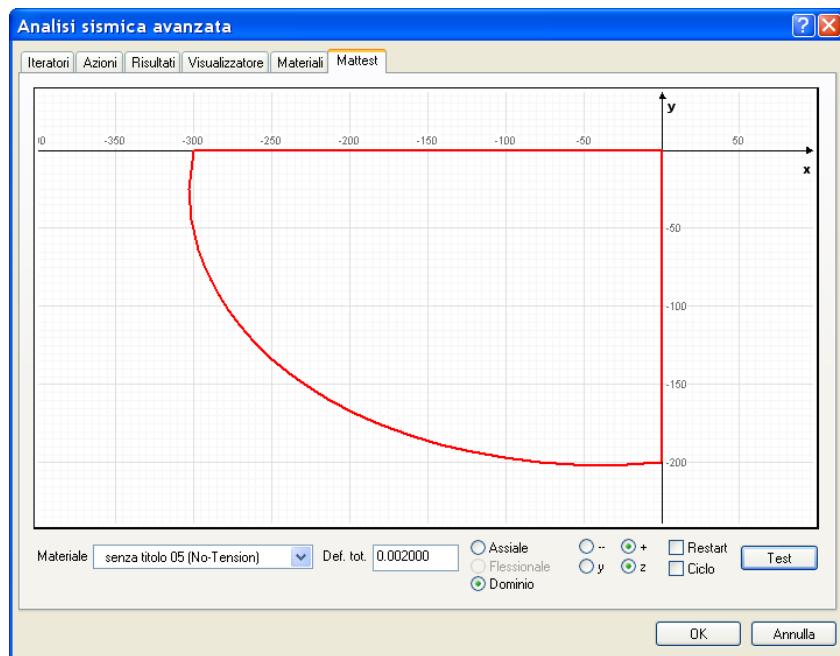
Vediamo, assegnando il materiale nell'ambiente EE (in seguito le operazioni necessarie saranno un po' approfondite), e visualizzando la risposta in tensione per una deformazione data che venga applicata circolarmente. Nella figura seguente vediamo l'assegnazione di un materiale elasto-plastico anisotropo.



Nella figura seguente si vede chiaramente come per moduli elastici eguali nelle due direzioni degli assi di anistropia, per deformazione eguale, si hanno tensioni diverse dovute al limite plastico. (criterio di von Mises in questo caso):



Applichiamo allo stesso materiale la limitazione di tensione in trazione.



### 3. La struttura dell'ambiente Earthquake Engineering

La “programmazione per oggetti”, come quella alla quale è dedicato il linguaggio C++, ha facilitato se non addirittura consentito, di gestire la complessità dei programmi di calcolo di oggi.

Un “oggetto” è una “scatola” dotata di un suo autonomo contenuto di informazioni che può essere manipolato tramite “metodi” accessibili dall'esterno. Una sequenza di caratteri, detta “stringa” può essere un oggetto. Contiene i caratteri che formano la stringa e i metodi per elaborarla. Ad esempio rendere maiuscola la lettera iniziale. Così sarà sufficiente scrivere s.maiuscolo perché la “scatola” faccia tutto il necessario e la stringa s si trasformerà in una stringa con la prima lettera maiuscola. A questo punto se volessimo costruire un oggetto “paragrafo” che contiene un certo numero di stringhe (parole) potremo usare gli oggetti stringhe come mattoni già pronti dei quali non dovremo più occuparci potendo così concentrarsi sulle funzioni del paragrafo. Così p.maiuscolo non farà altro che usare la funzione già pronta delle singole stringhe che formano il paragrafo per trasformare tutto il paragrafo in parole con l'iniziale maiuscola. Ma non è finita qui, anzi qui comincia il bello. Ogni stringa può appartenere ad una “famiglia” ove ogni tipologia di stringhe “sa” le sue specifiche regole per l'iniziale maiuscola. Ad esempio le stringhe definite italiane renderanno maiuscole solo le iniziali di nomi propri di persona, quelle tedesche tutti i sostantivi. L'oggetto paragrafo non dovrà occuparsi di distinguere la lingua, passerà il comando “maiuscolo” ed ogni stringa farà il suo specifico compito. Se poi vogliamo aggiungere molto dopo ad esempio l'inglese, sarà sufficiente aggiungere alla famiglia una stringa che abbia la regola di rendere maiuscola la i di “io”. E questo senza modificare l'oggetto paragrafo. Ciò rende possibile una efficiente costruzione per “mattoni” ed oltretutto più sicura perché un oggetto può essere protetto da modifiche dall'esterno per cui, una volta messo a punto, costituisce un “mattone” affidabile e riutilizzabile dovunque occorra manipolare una stringa senza dover ogni volta riaffrontare il problema da capo.

Un “paradigma” analogo è stato impiegato nell'ambiente EE di Nòlian. Infatti il comportamento lineare dei materiali è descrivibile con pochi parametri e comuni a tutti i materiali. Tipicamente modulo elastico e di contrazione trasversale. Non è così per il comportamento non lineare che è molto più complesso.

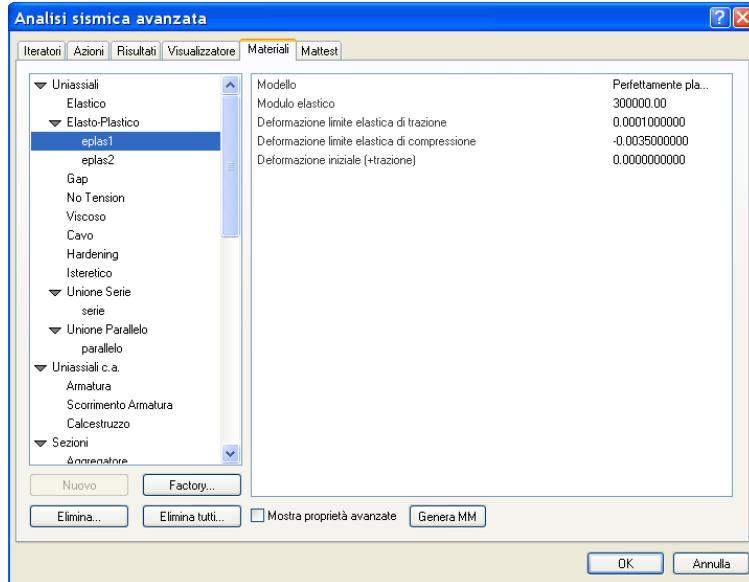
Da qui l'idea di usare un paradigma ad “oggetti”. Un elemento finito, generalizzando e semplificando, viene formulato con una integrazione su punti di Gauss. Nella formulazione “classica” in tali punti si impiegherà la matrice costitutiva del materiale e si avranno tanti tipi di elementi finiti quanti sono i materiali. Se ora vediamo l'elemento finito come il “paragrafo” e il materiale come “stringa” potremo avere un elemento finito “contenitore” che chiederà informazioni al materiale associato senza preoccuparsi delle operazioni che fa il materiale per fornirglielo. Ciò consente di definire molti materiali e di poterli accrescere nel tempo senza mai modificare l'elemento finito.

Il caso più semplice da comprendere è l'elemento a fibre ove ogni fibra può essere caratterizzata da un materiale uniaxiale diverso. Ciò immediatamente fa comprendere la struttura di EE che consente di definire i “materiali” indipendentemente dall'elemento finito e poi associarli ad esso.

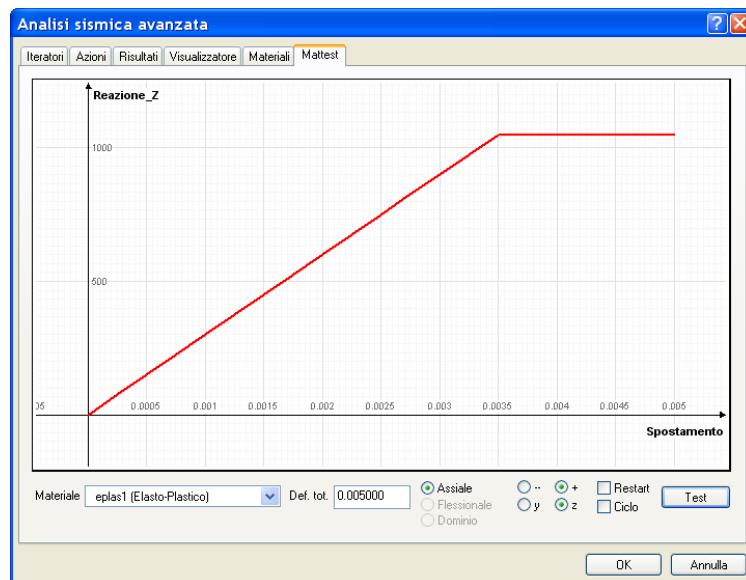
Faremo un esempio di "costruzione" di un materiale. Ovviamente lo scopo dell'esempio è quello di rendere più familiare l'approccio alle modellazioni non lineari e nel contempo di illustrare la struttura di EE. Nella pratica progettuale non è necessario questo approccio complesso, ma è utile perché alcuni elementi sono alla base della comprensione della modellazione di comportamenti non

lineari. Facciamo quindi un esempio associando un materiale ad un elemento a fibre.

Costruiamo un materiale che approssimi con un andamento elastico-perfettamente plastico la curva tensione-deformazione del calcestruzzo. Andiamo nell'ambiente EE, entriamo nel dialogo dei materiali e generiamo un nuovo materiale elasto plastico con modulo di elasticità 300000 kg/cm<sup>2</sup> e deformazione limite di snervamento in compressione pari a -0.0035.



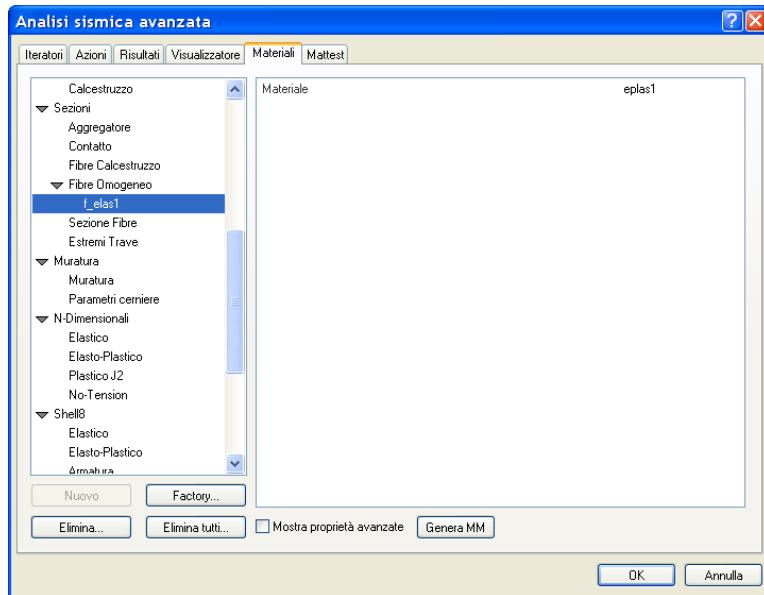
Per essere sicuri della assegnazione, attiviamo il laboratorio Mattest e controlliamo il diagramma tensione-deformazione.



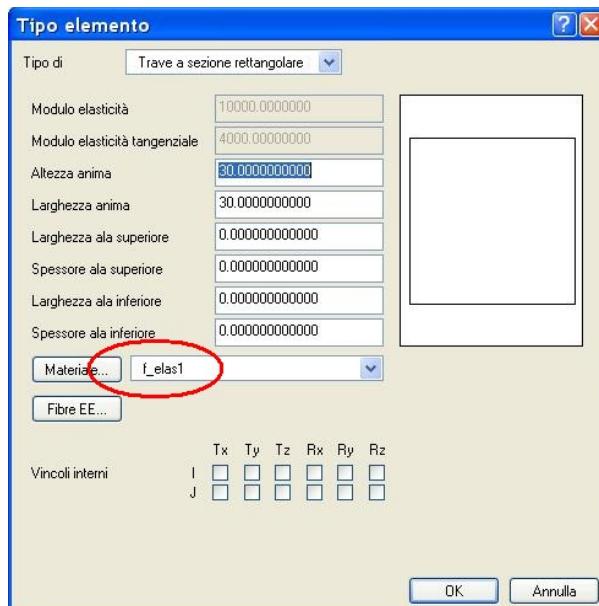
Il risultato è del tutto prevedibile per nulla eccitante ma notiamo come lo snervamento avvenga effettivamente per -0.0035 e la tensione massima data dal diagramma sia appunto  $0.0035 \times 300000 = 1050$ .

Per applicare questo materiale ad una trave a fibre (qui useremo una mensola caricata

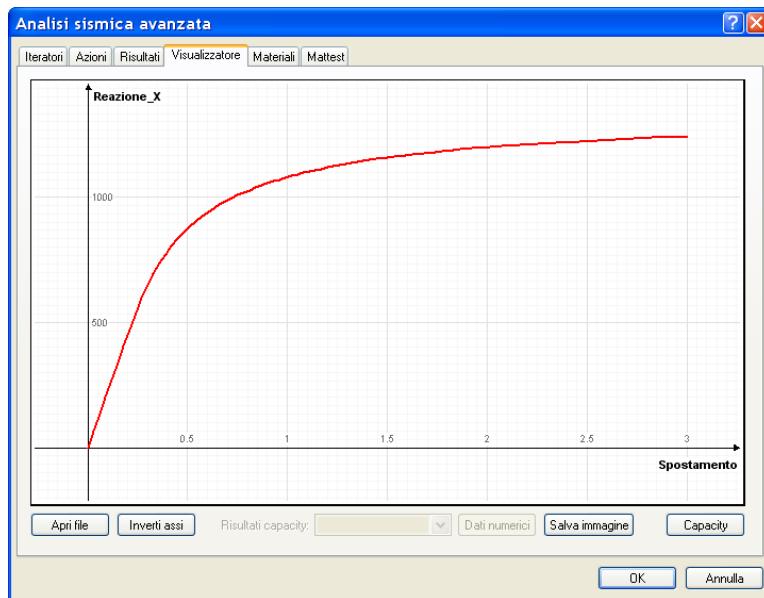
trasversalmente in sommità), sempre nel dialogo dei materiali generiamo una sezione a fibre omogenea ed assegniamo il materiale.



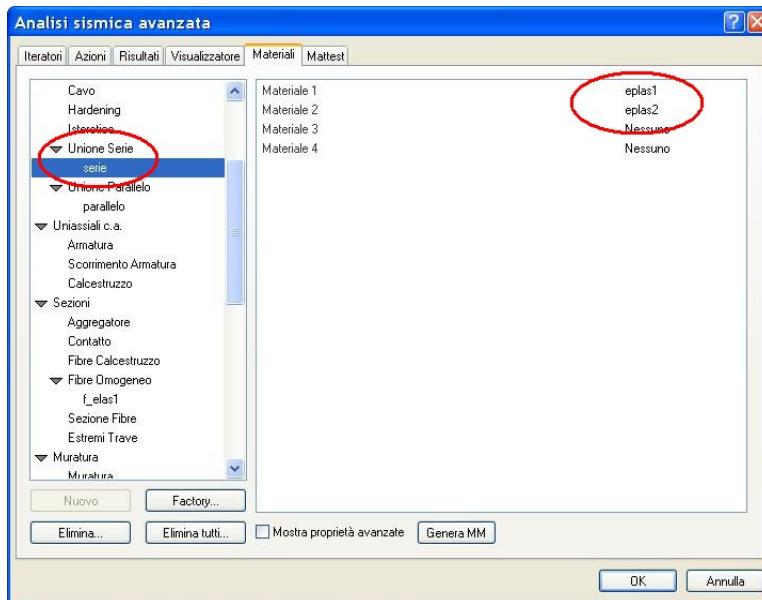
Benché questo testo non sia un tutorial dell'ambiente EE di Nolian, approfittiamo per completare l'assegnazione. I materiali non lineari sono in Nolian assegnati agli elementi tramite i metamateriali. Pertanto usando il bottone "Genera MM" generiamo un metamateriale con il riferimento alla sezione a fibre appena generata. Andiamo quindi nel dialogo delle caratteristiche del materiale ed associamogli il metamateriale appena generato.



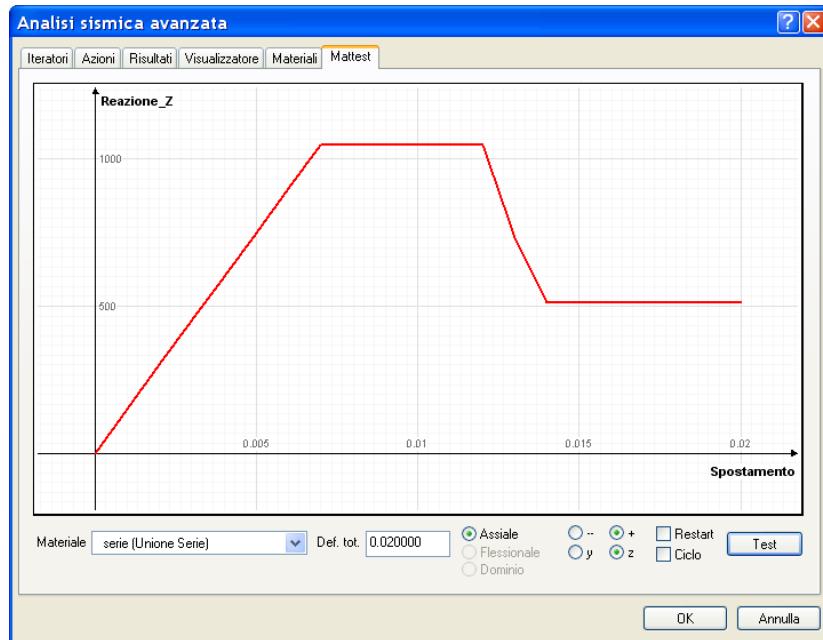
Non ci soffermiamo sull'uso dell'ambiente EE per l'analisi non lineare che è oggetto di altri testi, però osserviamo come si possa ottenere il diagramma dell'andamento di molte variabili, in questo caso forza-spostamento.



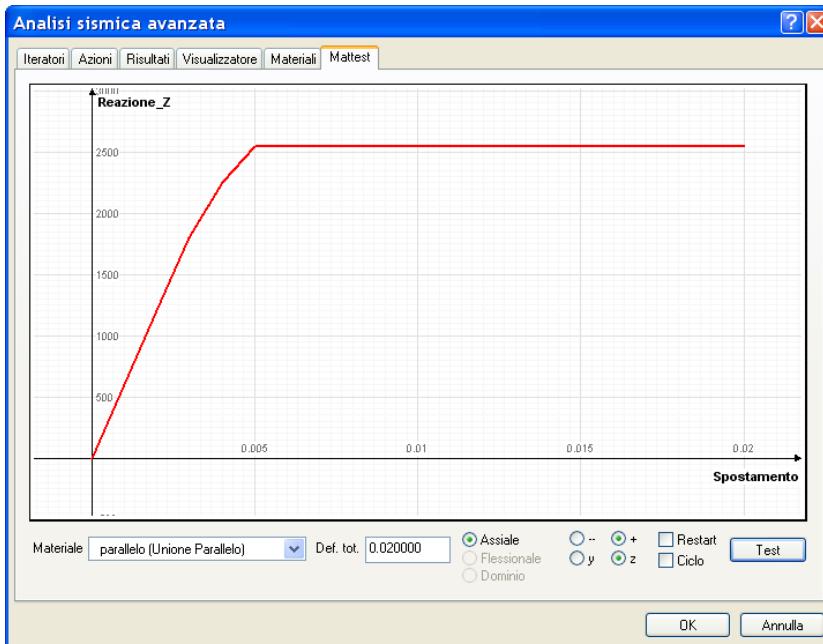
Immaginiamo ora di voler rendere più complesso il comportamento del materiale secondo nostre specifiche esigenze evidentemente non modellabili diversamente (non è questo ovviamente il caso!). Allora generiamo un altro materiale elastico perfettamente plastico con diversa deformazione di snervamento e montiamolo "in serie" con il precedente tramite il materiale "aggregatore in serie". Si otterrà un nuovo materiale con comportamento ottenuto per unione in serie dei due materiali. L'aggregatore seriale consente di aggregare fino a quattro materiali.



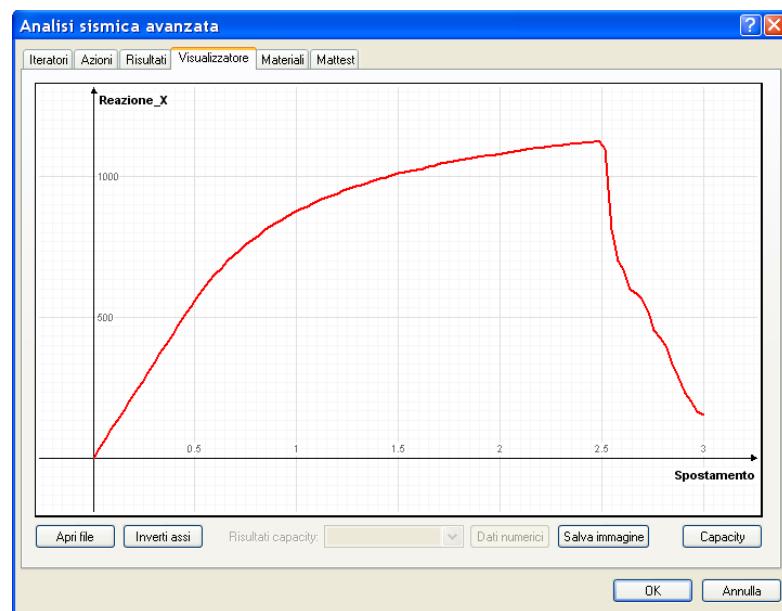
Andando nell'ambiente Mattest vediamo subito il legame trasformato. Ora abbiamo una deformazione limite oltre al quale la tensione si abbatte drasticamente.



Se, giusto per curiosità, aggreghiamo i materiali in parallelo, otteniamo il seguente comportamento.



Applichiamo ora il materiale in serie all'elemento trave a fibre e vediamo come si abbia un ramo discendente.

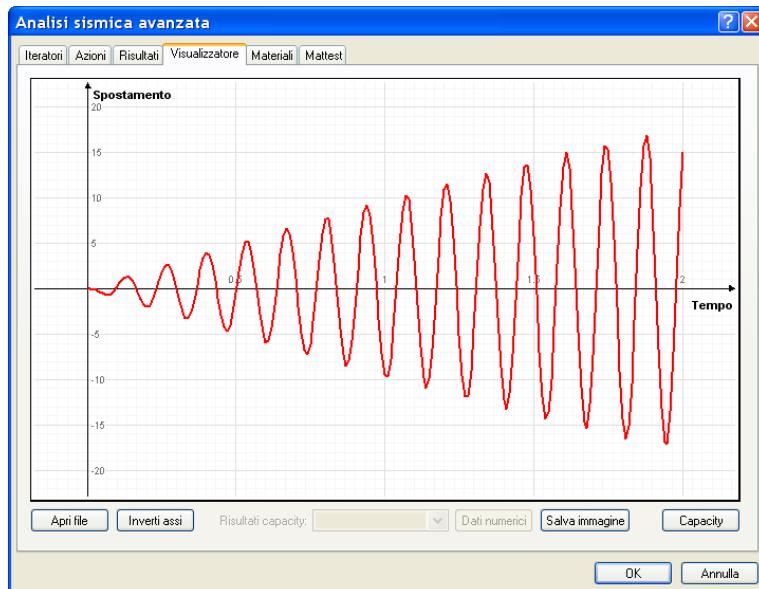


## 4. Analisi dinamica non lineare

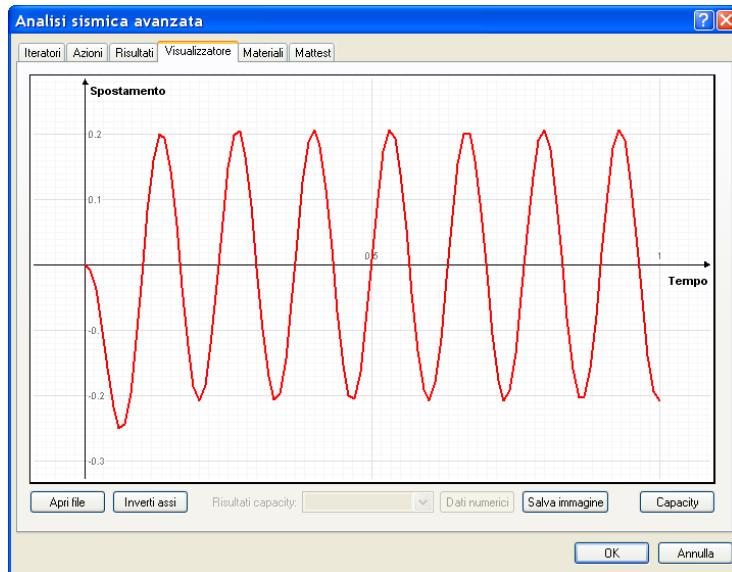
Con il termine “analisi dinamica non lineare” la nostra normativa intende una analisi nel “dominio del tempo” o, come dicono più pragmaticamente gli anglosassoni, una “time history” ovvero una analisi che comporta l’integrazione, nel tempo, delle equazioni del moto. Queste possono contenere termini lineari o non lineari dovuti ai fenomeni dei quali abbiamo già parlato. In ogni caso, le equazioni del moto, che non riportiamo perché oltre ad essere notissime ci siamo ripromessi di non appesantire il testo con equazioni, contengono dei termini che devono essere aggiornati ad ogni passo temporale per poter essere integrati poi nel tempo. Dunque, in breve, è necessaria una analisi (lineare o non lineare) completa ad ogni passo temporale. Si comprende come la faccenda non sia certo una passeggiata. Inoltre, se l’analisi si deve effettuare per verificare una struttura al comportamento sismico, si deve usare un accelerogramma al suolo come ingresso della analisi nel tempo. Ma poiché non è certo noto l’accelerogramma del terremoto che verrà, si devono fare più analisi con accelerogrammi il cui inviluppo rappresenti l’andamento dei possibili terremoti in quel luogo, la normativa ne prescrive sette “spettro compatibili”, cioè il cui inviluppo spettrale copra sufficientemente lo spettro di risposta previsto per il sito.

Quindi già un’analisi lineare non è semplice, una analisi nel dominio nel tempo è computazionalmente dispendiosa, se poi deve essere fatta sette volte diviene un incubo sicuramente. E, come si suol dire, non è finita qui, infatti post elaborare la massa di dati raccolta non è uno scherzo. Certo si possono inviluppare i massimi spostamenti, le massime sollecitazioni, monitorare eventuali plasticizzazioni e comunque monitorare i fenomeni legati al danneggiamento. Però tutto questo indica che è necessaria competenza e pazienza e soprattutto questo tipo di analisi deve essere giustificata da una reale necessità di indagine.

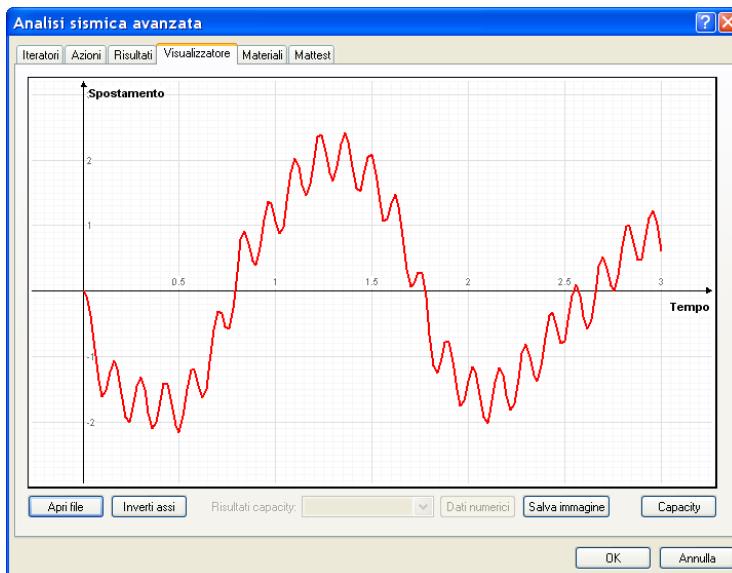
Pertanto ci limiteremo solo ad illustrare alcune possibilità “base” di questo tipo di analisi. Useremo il pilastrino del capitolo 1 con massa unitaria in sommità e pertanto con periodo proprio di 0.133 sec. Sottoponiamolo ad un’accelerazione sinusoidale al suolo di periodo esattamente di 0.133 sec. e vediamo come l’oscillatore entri in risonanza.



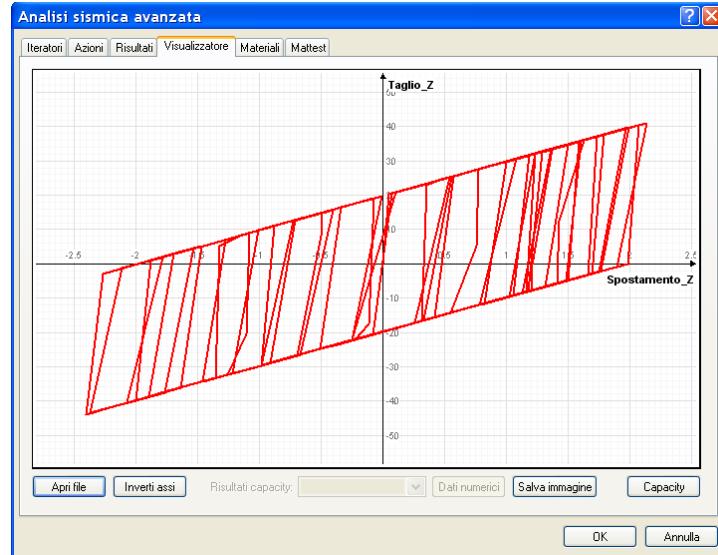
Ora assegniamo uno smorzamento lasciando immutato il periodo.



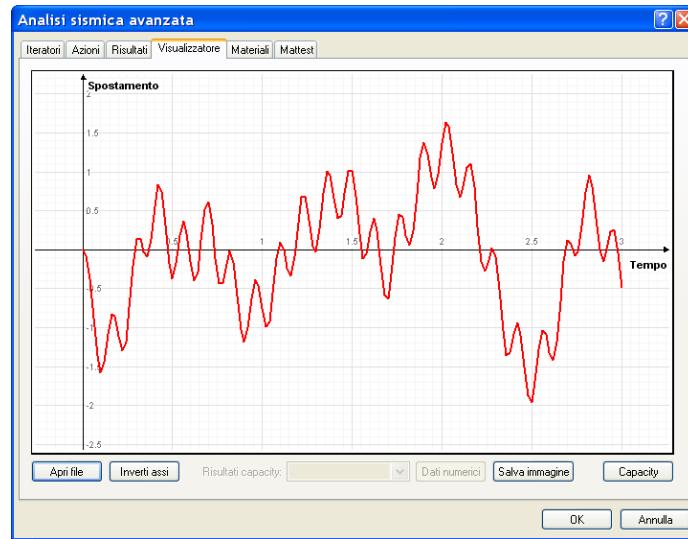
Come si vede l'andamento cambia radicalmente. Più interessante, ora, assegnare un isolatore (in questo caso elastomerico) alla base.



Nella figura successiva il ciclo isteretico dell'isolatore.



Modificando anche di poco le caratteristiche dell'isolatore, la risposta cambia mostrando come scegliendo opportunamente l'isolatore si possa "tarare" il comportamento della struttura:

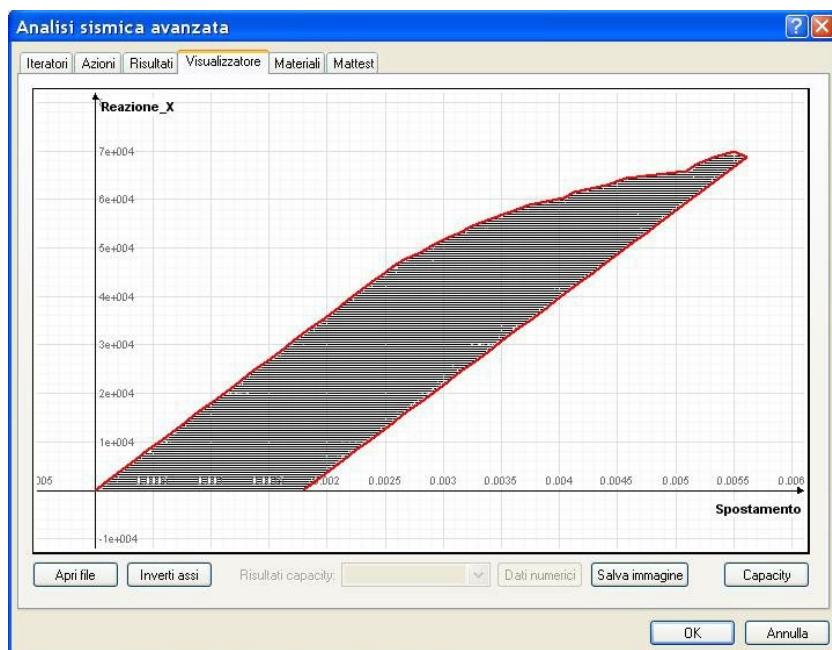


## 5. L'analisi "pushover"

La "analisi pushover" o "analisi statica non-lineare" nasce in effetti come Capacity Spectrum method. Sul Capacity Spectrum Method (CSM) è interessante leggere l'articolo di Sigmund A. Freeman che ne fu l'ideatore. L'articolo si intitola *The Capacity Spectrum Method as a Tool for Seismic Design* ed è reperibile su internet. Non solo l'articolo introduce con semplicità e completezza il metodo, ma ne delinea la storia e le controversie che hanno sempre accompagnato questo metodo. Importante è anche fare riferimento alla ATC 40 (Applied Technology Council) al capitolo 8.

Il metodo nasce come un "rapido" mezzo di verifica della sicurezza delle strutture sottoposte ad azione sismica e poi, con il tempo, entra nei dettagli e cerca di dare una risposta più completa e complessa anche di strutture importanti. Il metodo diviene noto in Italia con l'entrata in vigore della normativa antisismica del DM08 sotto il nome di "analisi pushover". Il termine ci pare inutilmente esterofilo e improprio in quanto in italiano si usa il termine di "analisi di spinta".

L'idea che è alla base del metodo è intrigante. Eseguendo un'analisi non lineare di una struttura è possibile valutare la duttilità della struttura e quindi le capacità dissipative. Un diagramma del genere è una curva forza-spostamento. Se, portata la struttura in campo plastico, si rilascia la forza che ha agito, il diagramma racchiude un'area che rappresenta l'energia dissipata (smorzamento isteretico). Si veda la figura seguente.



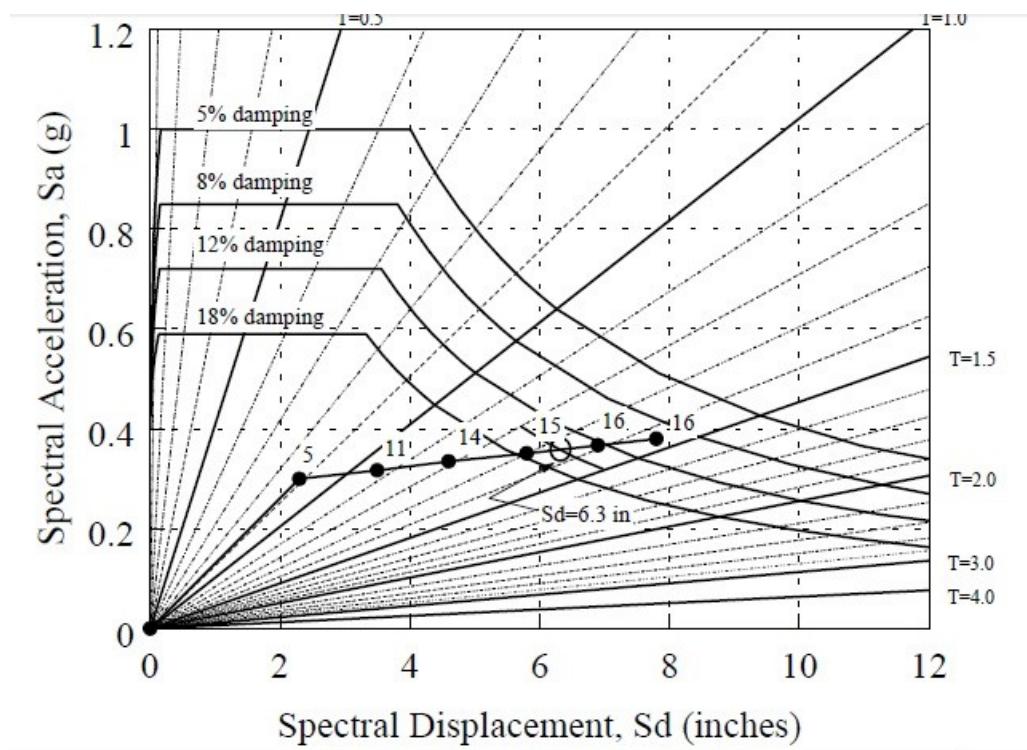
Se la forza impiegata è equivalente a quella che si ha applicando un'accelerazione alla massa della struttura, sarà, nel diagramma, immediato ottenere un diagramma accelerazione-spostamento dividendo semplicemente la forza per la massa della struttura.

Questo ragionamento è intuitivo per un oscillatore elementare. Una struttura non ha certo un solo grado di libertà. Esistono però dei metodi per costruire un diagramma equivalente ad un oscillatore elementare benché si stia operando su una struttura a molti gradi di libertà. I metodi relativi sono

notissimi e pubblicati in ogni dove per cui è inutile riportare le formule relative. E' più importante invece fare una semplice constatazione: uno diagramma accelerazione-spostamento è confrontabile con uno spettro di risposta sempre espresso come accelerazione-spostamento. Ciò consente di confrontare immediatamente i due spettri che prendono il nome di "domanda" e "capacità", da cui il nome del metodo.

Lo spettro di risposta è diverso per ogni valore di smorzamento viscoso e la struttura, deformata dall'azione sismica, è in grado di produrre smorzamenti isteretici inelastici diversi. Ad ogni punto della curva di capacità (in effetti resa bilineare) è possibile associare uno smorzamento isteretico trasformato in smorzamento viscoso equivalente. Cioè più la struttura è in grado di deformarsi plasticamente, maggiore è lo smorzamento che presenta. E' ovvio allora che vi sarà un punto sulla curva di capacità il cui smorzamento coincide con quello di uno spettro di risposta con lo stesso smorzamento viscoso. Questo punto è detto "performance point" e caratterizza il comportamento della struttura identificando una accelerazione ed uno spostamento.

Questa introduzione è volutamente discorsiva. I dettagli si possono trovare, e molto chiari, nella citata ATC 40.

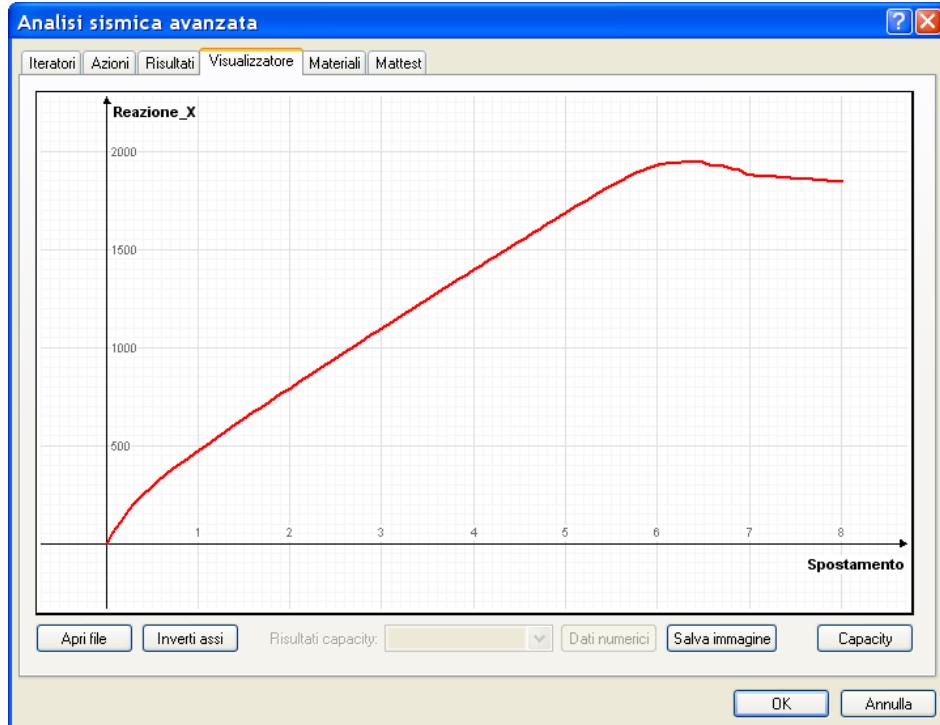


La figura precedente, tratta dal citato articolo di Freeman, illustra molto bene questo metodo. Infatti il punto cerchiato è quello per il quale lo smorzamento viscoso equivalente, il cui valore è indicato sul lato della curva di capacità, incontra la curva dello spettro di domanda di pari smorzamento viscoso.

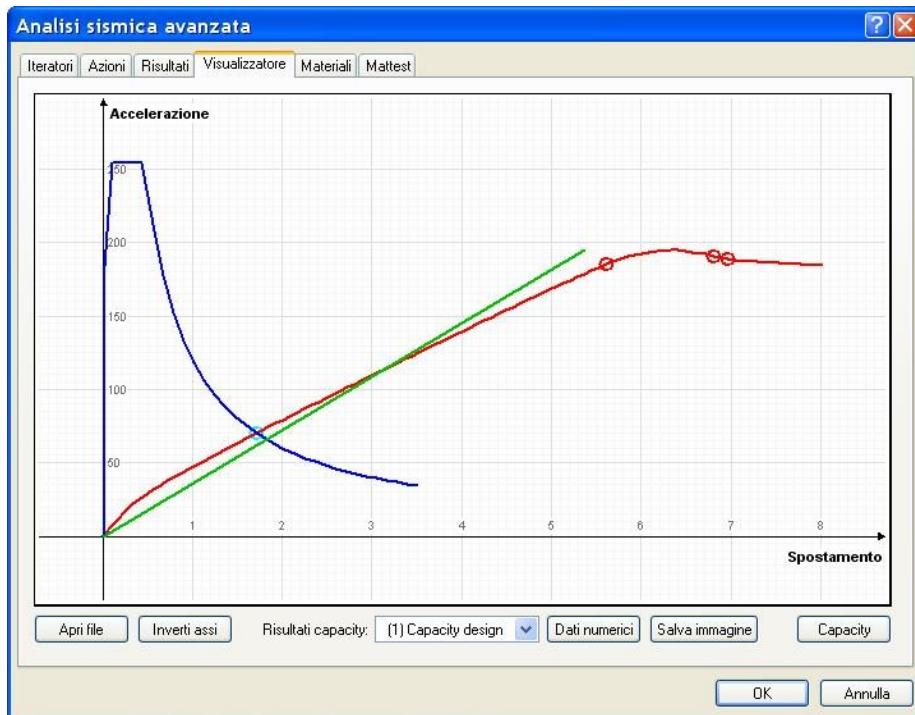
La normativa italiana impiega un differente metodo. Definisce uno smorzamento come rapporto tra la forza elastica di domanda e quella di snervamento ed in base a tale valore ed al periodo proprio equivalente determina, in pratica in funzione di uno spettro di domanda implicito, uno spostamento massimo.

In corrispondenza dello spostamento massimo, in entrambi i metodi, si deve verificare il grado di danneggiamento prescritto per ogni stato limite.

L'analisi "pushover" in EE si effettua come un'analisi nella quale alla struttura si applicano le forze statiche equivalenti incrementate linearmente da poter ottenere un diagramma forza-spostamento.



Ottenuto questo, vengono eseguite automaticamente tutte le operazioni previste dal metodo per ottenere uno diagramma accelerazione-spostamento. Viene, in EE, rappresentato anche lo spettro di domanda opportunamente scalato come richiesto dal CPM ed il "performance point" viene evidenziato con un cerchio di colore verde.



I valori numerici sono disponibili sia a dialogo che ovviamente nei tabulati e sono i seguenti:

Dati numerici							
Pushover DM 2008							
Gamma	1.000000	T <sub>c</sub>	0.27015527	d <sup>x</sup> max	1.7995186		
m <sup>*</sup>	10.000000	Se(T <sup>*</sup> )	102.31709	d max	1.7995186		
F <sub>y</sub> <sup>*</sup>	1947.6300			d <sub>c,u</sub>	6.4047400		
d <sup>y</sup> <sup>*</sup>	5.3733542				1.80 <= 6.40		
T <sup>*</sup>	1.0436368						
CSM							
Teq	0.98157729	Nieq	4.7693715	PPd	1.7114582	PPa	70.126682
Stato plastico							
Prima plasticizzazione		Danno severo		Prima rottura			
Spostamento	5.6047447	Spostamento	6.8047447	Spostamento	6.9647447		
Elemento	8	Elemento	8	Elemento	8		
Ascissa	0.00000000	Ascissa	0.00000000	Ascissa	0.00000000		
Curvatura	0.00019869	Curvatura	0.00238254	Curvatura	0.00319035		
Rotazione	0.00189873	Rotazione	0.00797140	Rotazione	0.00922717		
Lunghezza cp	17.467231	Lunghezza cp	3.4836240	Lunghezza cp	2.9794633		
PGA	125.04261	PGA	144.32890	PGA	147.12426		

Continua

Nella parte superiore del dialogo si hanno i valori richiesti dal DM08. In quella centrale i valori del CSM. Infine in quella inferiore i valori relativi ai tre stati di plasticizzazione caratteristici che nella figura del grafico sono rappresentati con cerchietti di colore rosso. Sono indicati anche gli elementi ove si è verificata la condizione e i parametri caratteristici per individuare il comportamento (rotazione, curvatura, PGA etc.). Si ha così un quadro sintetico della analisi.

Si noti come lo smorzamento viscoso equivalente (Nieq) dell'analisi CSM è prossima al 5% e pertanto lo spettro viene scalato modestamente. Nel caso del DM08, il valore d<sub>c,u</sub> (spostamento in corrispondenza del valore massimo di accelerazione della curva capacity, assimilabile alla risposta massima della struttura prima di decadere) è maggiore dello spostamento di domanda nella struttura

a più gradi di libertà ( $d_{MAX}$ ) e pertanto la struttura presenta una capacità in spostamento maggiore di quella di domanda.