Procedure avanzate con Earthquake Engineering

Questo testo contiene alcuni esempi relativi a problemi geotecnici.

Esempio 1: Palancola

L'ambiente Earthquake Engineering (EE) è un ambiente per analisi non lineari molto flessibile e potente e pertanto è utile conoscere le procedure che consentano di ottenere i risultati più interessanti e produttivi.

Descrizione dell'esempio

Prenderemo un caso pratico: l'analisi di una palancola, per illustrare molte funzionalità di EE, lo scopo è didattico e non ingegneristico e pertanto valori e procedure sono pensate con finalità esclusivamente dimostrative.

La palancola è modellata come un setto in calcestruzzo di larghezza unitaria. Il terreno si trova inizialmente da entrambi i lati della palancola. Si procederà con una escavazione da un lato ella palancola. I problemi di modellazione che saranno coinvolti sono i seguenti:

- 1. Poiché intendiamo monitorare il comportamento dell'insieme parancola-terreno durante l'escavazione, dovremo eseguire analisi successive cambiando per ognuna il modello. Vedremo quini il MULTISTAGE.
- 2. Il terreno è modellato con specifici elementi per la geotecnica e pertanto vedremo l'uso di tale elementi per la GEOTECNICA.
- 3. I nodi della trave che rappresenta la palancola non possono essere gli stessi degli elementi con i quali di discretizza il terreno perché in questo caso il terreno si comporterebbe come se non vi fosse discontinuità. Vedremo quindi gli elementi di CONTATTO.
- 4. Applicheremo un CARICO da peso proprio

Vediamo il modello e il MULTISTAGE.

Modelliamo la trave della palancola suddivisa in conci e modelliamo la mesh del terreno. Si veda la figura 1. La modellazione è agevole e non necessitò ulteriori chiarimenti rimandando ai tutorial e ai manuali che trattano tale argomento. Gli elementi del terreno sono a deformazione piana e il programma richiede che siano tracciati in senso orario sul piano globale XY. La palancola è un elemento Trave rettangolare dello spessore che si desiderano ma di larghezza unitaria.



Fig. 1 Mesh ed elementi di contatto

Poiché desideriamo scavare la parete destra in un certo numero di passi, useremo il Multistage. Il Multistage consiste nella manipolazione di strutture descritte in stadi (o "fasi") diversi in numero virtualmente illimitato. Se non si sceglie uno stadio diverso, quello che tracciamo ed assegniamo avviene sullo stadio 1. Per modellare l'escavazione, definiremo modelli diversi eliminando dalla mesh le righe di elementi che vogliamo siano rappresentativi dello scavo. Così definiremo un certo numero di stadi. Nell'esempio allegato sono 11. Per attivare un nuovo stadio è sufficiente premere l'icona sulla barra degli strumenti che raffigura una mano su un quadrante, si aprirà il dialogo di figura 2 che consente di assegnare gli stadi voluti. Per rendere attivo uno stadio e poter operare su di esso occorre selezionarlo nella colonna Attiva. In questo modo abbiamo definito la mesh e le modificazioni temporali che desideriamo. Facciamo notare che il metodo Multistage consente che ogni stadio abbia differenze non solo nelle assegnazioni numeriche dei coefficienti, ma anche geometriche e topologiche. I vincoli dei nodi del terreno consentiranno solo spostamenti secondo x ed y, quelli di base non consentiranno spostamenti secondo y ed almeno un nodo dovrà essere completamente vincolato.

attiva	id	ris	Nome		1
0	1	no	Iniziale		
	2	si	Fase 2		
	3	si	Fase 3		
	4	si	Fase 4		
	5	si	Fase 5		
	6	si	Fase 6		l
	7	si	Fase 7		
	8	si	Fase 8		
	9	si	Fase 9		•
Aggiun	gi	E	imina	Azzera Continu	а
Aggiun EasyBea	gi m	E	mina	Azzera Continu	a
Aggiun EasyBea Fase di i	gi m riferimer	nto:	N/A	Azzera Continu Elimina Dati	a
Aggiun EasyBea Fase di i EasyStee	gi m riferimen	nto:	N/A	Azzera Continu	a
Aggiun EasyBea Fase di i EasyStee Fase di i	gi m riferimen el	nto:	N/A N/A	Azzera Continu Elimina Dat	i
Aggiun EasyBea Fase di i EasyStee Fase di i EasyWal	gi m riferimen el riferimen	nto:	N/A N/A	Azzera Continu Elimina Dat	a
Aggiun EasyBea Fase di I EasyStee Fase di I EasyWal Fase di I	gi m riferimen el riferimen l	nto: nto:	N/A N/A N/A	Azzera Continu Elimina Dat	i
Aggiun EasyBea Fase di i EasyStee Fase di i EasyWal Fase di i Elwood	gi n riferimen riferimen I	nto: nto:	N/A N/A N/A	Azzera Continu Elimina Dat	i

Fig 2 Dialogo delle fasi

Vediamo l'assegnazione degli elementi GEOTECNICI.

L'ambiente Earthquake Engineering, nel quale opereremo poiché il problema è governato da leggi non lineari, ha una utilissima particolarità: consente di definire dei materiali, anche composti, anche complessi per poi poterli assegnare agli elementi della mesh. Quindi materiale ed elemento sono organizzativamente differenziati e un materiale può essere assegnato anche a elementi di diversa natura.

Definiamo quindi un materiale geotecnico andando sul menu Materiali, selezionando Geotecnici quindi GeoMat1 e attivarne una istanza premendo sul pulsate Nuovo. Si aprirà un dialogo che consente di assegnare i parametri geotecnici del materiale. Per la descrizione di questi parametri si rimanda al manuale del programma.

Elastico	~	Tipo suolo	Sabbia
Elasto-Plastico		Sabbia	Utente
Armatura		Fase solida-liguida	
Calcestruzzo		Densità di massa	1.8000
✓ Sezioni Shell8		Modulo di taglio	9600.0000
Sezione Omogenea		Modulo di compressibilità	22000.0000
Sezione Calcestruzzo		Angolo attrito (°)	30.0000
Sezione Layer		Angolo transizione di fase (°)	26.0000
🗢 Elementi		Parametro di contrazione 1	0.0670
Isolatore		Parametro di contrazione 2	0.2300
Trave con cerniere		Parametro di dilatazione 1	0.0600
Pannello tamponatura		Parametro di dilatazione 2	0.2700
Aggregatore sezioni		Rapporto iniziale di vuoti	0.7700
Dissipatore		Stato plastico	Elasto-plastico
Trave 2° ordine			
Membrana			
4 nodi layer			
✓ Geotecnici			
🐨 GeoMat1			
senza titolo 001	~		
Nuovo Duplica	a 🛛		
Climina Climina Aut	-+	Mostra proprietà avanzate Conora MM	Elizian in Himmeti Materiali procenti 2

Fig. 3 Dialogo del materiale Geotecnico

Una volta definito il materiale ed assegnatogli un nome a scelta, è necessari abbinarlo agli elementi finiti che rappresentano il suolo. Si deve seguire la metodologia normale di selezione ed assegnazione edi materiali scegliendo nel combo-box "Materiale EE" la voce con il materiale

voluto. Se questa operazione si compie prima di generare le ulteriori fasi, gli elementi vengono copiati nelle nuove fasi, se si è dimenticato di farlo, cosa che spesso accade, si può attivare la voce Dati \rightarrow Fasi \rightarrow >Applica le modifiche a tutti i layer.

Vediamo ora il modello del CONTATTO terreno-palancola

Sono disponibili diversi elementi di contatto, qui impiegheremo l'elemento CONTATTO BEAM che può essere posto tra un lato di un elemento pianoe un elemento Trave. I nodi ovviamente saranno condivisi tra gli elementi a contatto. Gli elementi possono essere di qualsiasi tipologia in quanto l'elemento di contatto opera su due nodi. Non può essere impiegato per il contatto con un singolo nodo. L'elemento, meglio descritto nel manuale opera impiegando un materiale che consente di assegnare le caratteristiche del contatto.

Per assegnare questi elementi di contatto si "clicca" su un lato dell'elemento a 4 nodi adiacente alla palancola, si aprirà un semplice dialogo che consente di scegliere il tipo di contattore, il materiale da assegnare (fig. 5). Il dialogo è illustrato della seguente figura 4 e accanto il contenuto del combobox per la scelta del tipo di contatto che mostra la ricchezza di modalità di contatto disponibile. E' anche possibile una selezione dei lati per lazo o per rettangolo.

Modalità contatto	Contatto Beam	~
Materiale Tangente	senza titolo 002 (Contatto Beam)	~
Materiale Normale	diverso	

Fig. 4 Assegnazione degli elementi di contatto

Gli elementi di contatto così assegnati sono visualizzati come nella seguente immagine 1.

insi sisiriica avalizata						?
eratori Azioni Risulta	ati Materiali Ma	ttest				
eratori Azoni Risultz Fibre Cacestruzz Fibre Concepto Sezione Fibre Estremi Trave ▼ Contatto Beam Sezione Fibre Estremi Trave ♥ Contatto Beam Serione Contatto Beam Sezione Shellä Sezione Smellä Sezione Component Sezione Component		ttest Coefficiente di interfaccia frizi Parametro di rigidezza all'inter Coesione all'interfaccia Resistenza a trazione	nale		0.1000 10000.0000 0.0000 0.0000	
Sezione Calcestru Sezione Layer Flementi Nuovo	uzzo V Duplica					
	Elimina tutti	Mostra proprietà avanzate	Genera MM	Elimina inutilizzati	Materiali	2

Fig. 5 Materiale dell'elemento di contatto

Vediamo come si applica un CARICO

Nell'ambiente EE i carichi sono definiti "azioni" in quanto non sono solo forze e pressioni che agiscono staticamente ma anche funzioni variabili nel tempo, come un accelerogramma. Il carico deve essere assegnato agli elementi in modo consueto. Quindi si deve costruire l'azione specifica. Si attiva il menu Analisi e si sceglie la pagina "azioni", quindi si genera un'azione statica e le si associa la condizione di carico precedentemente definita. Se ad esempio si era generata una condizione di carico "Gravità" e con tale condizione si erano assegnati i valori agli elementi, si selezionerà questa voce. Si noti che si può avere un numero virtualmente illimitato di azioni. Le azioni possono essere disabilitate o abilitate tramite l'opportuno check-box. Nel caso dell'analisi che stiamo per condurre vi è una sola azione e quindi deve essere abilitata.

Vediamo come lanciare l'ANALISI

L'analisi MultiStage è gestita tramite un apposito dialogo, illustrato in figura 6.

Analisi MultiFase (1074)
Fase iniziale 1 \checkmark Fase finale 11 \checkmark Invertiordine
Opzioni analisi
Fase 1 V Numero di passi
Incremento 0.2500000
Integratore Assegnata V
Nodo 0 Gdl x V
Uniforma Non registrare
Opzioni prima fase
Stato iniziale Azioni gravitazionali all'inizio
Analisi Annulla

Fig. 6 Dialogo di analisi MultiStage

Le opzioni sono autoesplicative e si rimanda, in caso di dubbio la manuale. Per ottenere risultati comparabili con quelli dell'esempio di OpenSees va assegnato lo stesso numero di passi: 4. In ogni caso il dialogo presenta automaticamente il range di stage esistenti e, per default, l'integratore definito nelle opzioni di analisi. E' anche possibile avere metodi di integrazione diversi per ogni stadio. Il bottone "Uniforma" estende alle analisi di tutti gli stadi quanto assegnato nel dialogo. E' importante l'opzione "stato iniziale" che deve essere attiva in questo caso in cui usiamo elementi geotecnici in quanto calcola e "congela" lo stato di sforzo e di deformazione del terreno prima di applicare carichi o modifiche, restituendo in fine lo stato indeformato.

Abbiamo impiegato per questo esempio i dati dedotti da un esempio tratto dalla documentazione di OpenSees in modo che questo tutorial, in considerazione del prestigio del programma OpenSees, abbia anche valore di validazione

(https://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/Excavation_Supported_by_Cantilevered_Sheet_Pile_ Wall). I dati numerici sono facilmente consultabili sul file di Nòlian allegato.

L'andamento del momento flettente nella paratia dell'esempio di OpenSees e la deformata sono illustrati nelle seguenti immagini 7 e 8.



Fig. 7 e 8 Risultati ottenuti con OpenSees

Nelle seguenti figure 9 e 10 analoghi andamento ottenuti con Nòlian



Fig. 9 e 10 andamenti ottenuti con Nòlian

Si nota la diversa convenzione del verso di rappresentazione dei momenti. I risultati sono pressoché coincidenti.

Esempio 2: Carico sul terreno

- 5. 1. Vedremo l'analisi in passi concatenati tramite la funzione di RESTART e l'uso della LISTA DI ANALISI
- 6. Poiché l'esame dei risultati è molto importante, vedremo come registrare e visualizzare i RISULTATI delle analisi.

Descrizione dell'esempio

Vogliamo applicare un carico sul terreno retto dalla palancola, dopo l'escavazione. Useremo quindi l'ultima fase, la selezioniamo e siamo pronti ad operare.

Ricordiamo che lo stato di deformazione e di tensione puntuali in ogni funzione numerica di analisi vengono "congelati" solo su richiesta se sia attiva la funzione di RESTART, altrimenti, essendo numerosissimi e organizzati in modo molto complesso, al rilascio della memoria operativa vengono persi. Questo significa che il nostro terreno dovrà essere prima sottoposto a peso proprio e poi al carico che si vuole applicare. Cioè dovremo eseguire due analisi mantenendo tra l'una e l'altra lo stato interno del modello.

Prima di tutto assegniamo una seconda condizione di carico. In questo caso caricheremo con un carico di bordo due elementi di superficie della parte sinistra del terreno. I carichi si assegnano nel modo consueto e nella seguente figura si può vedere la nostra scelta.



Fig. 11 Carichi di bordo

Naturalmente va assegnata anche l'azione corrispondente.

Ora eseguiremo due analisi: la prima con il carico gravitazionale, la seconda, conservando lo stato deformativo ottenuto con la prima analisi, con il carico applicato. Per fare questo attiviamo la voce Analisi e quindi scegliamo Usa lista. Aggiungiamo due analisi tramite il bottone Aggiungi. Le due linee avranno i valori di default che potremo assegnare. Si consulti il manuale per questa operazione. Si noti che si può applicare un valore finale, in questo caso di carico, diverso da 1. Ciò è molto utile per poter variare il carico e ricercare condizioni limite senza dover agire sui carichi dei singoli elementi.

oria di carico (103	2)			2							
Analisi	Controllo	Iterazioni	Passo totale	Nodo	Gdl	Direzione XY	Azioni	Recorder	Salva come	Ripresa	
Non lineare	Carico	10	1.000000				configura	configura	rec1	Restart	
Non lineare	Carico	√ 20	4.000000				configura	configura	rec2	Reset	\sim

Fig. 12 La lista delle analisi

Le azioni devono essere attivate per ogni analisi e in questo caso sono diverse. Si veda la seguente figura 13.

Configurazione delle azioni (1062)	Configurazione delle azioni (1062)
Att Azione	Att Azione
Gravità	Gravità
Carico	Carico

Fig. 13 L'abilitazione delle azioni

Ricordando che i risultati numerici vengono registrati senza ulteriori nostre indicazioni, possiamo attivare dei Registratori per ottenere varie rappresentazioni. Attiviamo anche qui la rappresentazione della deformata durante l'analisi. Abbiamo l'occasione di mostrare un altro tipo di opportunità: registrare i valori nodali o di sforzo per tanti nodi o tanti elementi quanti vogliamo.

I risultati saranno graficizzati in un apposito dialogo. Nella seguente figura 14 si vede l'abilitazione delle registrazioni. E' opportuno dare dei nomi, diversi, al file delle registrazioni dei risultati (vedi Fig. 12 "Salva come").

Configu	razione dei registratori (1077)	5.4%) 	C	Configur	azione dei registratori (1077)	
Att	Registratore Rappresentazione Salvataggio risultati	Continua		Att	Registratore Rappresentazione Salvataggio risultati	Continua

Fig. 14 L'attivazione dei registratori

Si può quindi esaminare nel dialogo che si apre alla voce di menu Risultati→Registrazioni. Nella seguente figura 14, i due che rappresentano l'andamento del momento flettente nell'elemento della palancola al livello del suolo di destra. La prima traccia mostra l'andamento durante l'applicazione della gravità, la seconda traccia, che parte ovviamente con lo stesso valore di spostamento ottenuto in precedenza, mostra l'andamento dello spostamento all'applicazione del carico.



Fig. 15 Il dialogo delle registrazioni

Dal dialogo Rappresentazioni si possono avere le rappresentazioni grafiche di moltissimi parametri. Segnaliamo la possibilità di rappresentare un'animazione del Gruppo di risultati ottenuto.

File allegati

Sono disponibili due file con i due esempi. Palancola tutorial 1 e 2. Possono essere immediatamente consultati ed analizzati.

Esempio 3: Analisi multiple

Si illustrano varie modalità di sovrapporre le azioni in analisi non lineare. Caso tipico è la gravità che agisce sul terreno prima dell'applicazione del carico.

Riprendiamo l'esempio del carico sul terreno (vedi: "Tutorial palancola") per mostrare il significato della "flessibilità" del software. Quando varie componenti del software possono cooperare in aggregazioni diverse, si hanno due vantaggi: flessibilità e garanzia che queste componenti siano pensate in modo accurato e non sono per assolvere un unico compito.

Rispolvereremo il semplice problema precedente in tre vie diverse.

- Lista delle analisi
- Azione gravitazionale iniziale
- Multistage (fasi)

Innanzitutto mostreremo un modo di eseguire dei test, cosa che non è per tutti consueta, ma che è fondamentale per due ragioni: capire a fondo il funzionamento dello strumento software che si impiega, e sincerarsi della qualità della soluzione, sia da parte del software, che del corretto uso da parte nostra.

I test migliori sono semplici. Un test con troppi elementi tende a rendere poco chiari i fenomeni. Prenderemo un elemento piano a sforzo piano ma non vi assoceremo un materiale a comportamento non lineare, ma a comportamento elastico. L'elemento è vincolato in modo da poter avere solo spostamenti verticali (se siamo sul piano xy, spostamenti secondo y). Assegneremo un carico di gravità e un carico sulla superficie. Quindi due distinte condizioni carico.

Se facciamo un'analisi statica in Nòlian si avranno due set di risultati: uno per ciascuna condizione di carico, in quanto nell'analisi lineare, una volta invertita la matrice di rigidezza, è agevole ottenere le deformazioni dalle forze agenti.

Nel nostro caso, poiché i risultati aiutano a comprendere, assegnate le due condizioni, valuteremo la deflessioni di un nodo di sommità.

Nel nostro caso averemo i seguenti spostamenti:

gravità: $-0.\overline{33}$ carico : -0.05

Eseguiamo ora un'analisi non lineare nell'ambiente EarthQuake Engineering.

In questo caso dovremo assegnare le "azioni"a ciascuna condizione di carico. Il materiale sarà elastico per consentire i paragoni con i risultati precedenti, pertanto un solo passo di analisi sarà sufficiente.

Otterremo il risultato di spostamento di $-0.38\overline{33}$. Quindi un solo risultato, non uno per ogni

condizione di carico. Perché? Perché una singola analisi non lineare deve seguire l'andamento della curva sforzi/deformazioni e non può farlo se i carichi sono diversi. Occorre, nel caso, eseguire due analisi distinte.

E qui entriamo in un campo interessante.

Ai fini di aumentare la produttività del progettista, in EarthQuake Engineering abbiamo introdotto un concetto "base" quello di poter programmare una lista di analisi da eseguirsi in successione. In tal modo, e secondo lo scopo che ci si prefigge, il progettista può predisporre tutte le analisi che desidera e lanciarle in modo da poter raccogliere i risultati solo alla fine di un calcolo che, in questi casi, può richiedere anche molto tempo.

Quali sono i casi in cui questa funzionalità può essere utilissima? Ne ricordiamo solo alcuni.

L'analisi simica secondo normativa richiede più analisi con baricentri spostati, una analisi radiale relativa alla direzione del sisma richiede molte analisi, l'analisi IDA, poco usata ma efficacissima, richiede anche essa molte analisi. Ecco, il EarthQuake Engineering invece di aver progettato procedure specifiche, abbiamo messo a punto qesto strumento; la lista delle analisi, che consente di avere la massima flessibilità sia al funzionamento del software (che così è più efficiente e sicuro) che da parte del progettista esigente o ingegnoso.

Vediamo quindi la lista delle analisi. Apriamo la lista, generiamo due righe di analisi, assegniamo i parametri di analisi. Ora dovremo assegnare per ciascuna analisi l'azione che le compete come vediamo nella figura seguente.

a di carico (1032	2)									
Analisi	Controllo	Iterazioni	Passo totale	Nodo	Gdl	Direzione XY	Azioni	Recorder	Salva come	Ripresa
Non lineare	Carico	 ✓ 1 	1.000000				configura	configura	gravità	Reset
Nortineare	Canco	1	1.00000			Configura	zione delle azi	oni (1062)	Carico	Reset
						Att	Azione gravità			
							carico			

Lanciamo l'analisi e vediamo cosa otteniamo. Leggiamo gli sforzi e troveremo due registrazioni designate con i nomi che avevamo assegnato nelle righe di analisi. I valori sono ovviamente gli stessi che avevamo già ottenuto. Sono due valori distinti: uno per la gravità ed una per il carico poiché le analisi sono due, slegate tra loro. Vediamo come concatenarle: vi è un sistema molto semplice: il "restart". Scegliamolo alla fine della riga della prima analisi al posto del Reset e vediamo cosa succede.

Avremo anche qui due set di valori ma il secondo, quello denominato "carico" ha tenuto conto delle azioni che sono state applicate in precedenza. La funzione "restart" congela lo stato di carico, di sforzo e di deformazione alla fine del passo di analisi al quale è associate in modo che i passi successivi abbiano inizio da tale stato "congelato".

Questo caso, dei due passi, è molto comune nell'analisi del terreno. Infatti si deve eseguire prima una analisi che tenga conto del peso proprio del terreno e solo dopo si può applicare il carico. E' sostanzialmente quello che abbiamo già fatto ma vi è un modo anche più semplice di per farlo.

Andiamo nel dialogo delle azioni, scegliamo quella gravitazionale e "cecchiamo" appunto questa

sua caratteristica.

Analisi sismica avanzata		? >
Iteratori (1001) Azoni (1002) Risultati (1	1009) Materiali (1008) Mattest (1012)	
 ✓ Andisi statica gravità carico Analisi in transitorio (accelerazione) Analisi in transitorio (carico) Analisi in transitorio (imposto) 	Attivo Variabilită Lineare Condizione di carico gravită Moltiplicatore 1.00 Azione gravitazionale Spirita adattiva Dati avanzati	

Ora dal dialogo delle analisi è sufficiente "ceccare" i combo-box "analisi gravitazionale prima di lanciare l'analisi. Questa analisi è incompatibile con l'uso della lista, ovviamente, e quindi per attivarla dobbiamo disattivare la lista. Otterremo un solo file di risultati esattamente con il risultato combinato che ci aspettavamo.

Sempre al fine di conoscere meglio il programma. Percorriamo un'altra via: le fasi ovvero l'analisi multistage. In questo caso, molto semplicemente, assegneremo il carico solo nella seconda fase mentre nella prima e bella seconda agirà solo la gravità. Per eseguire un'analisi multifase dobbiamo accedere al dialogo apposito dal menu Analisi.

A 11 1 A 11 E (1074)
Analisi MultiFase (10/4)
Fase iniziale 1 V Fase finale 2 V Inverti ordine
Opzioni analisi
Fase 1 V Numero di passi 1
Incremento 1
Integratore Assegnata 🗸
Nodo 0 Gdl x V
Uniforma Non registrare
Opzioni prima fase
Stato iniziale Azioni gravitazionali all'inizio
Analisi Annulla

Assegniamo un solo passo visto, che il materiale è elastico, e premiamo su "uniforma" in modo che questa scelta venga estesa all'analisi di tutte le fasi. Lanciamo l'analisi e troveremo per la prima fase (nel nome del file la fase è riportata all'inizio tra parentesi) il valore della sola gravità, per la seconda fase il valore per l'azione anche dei carichi. Le fasi consentono, come del resto abbiamo già visto, molte interazioni importanti, in questo piccolo esempio volevamo farvi vedere che Nòlian è pensato come un "Lego" (il gioco di costruzioni) perché ha tante procedure elementari (anche se molto potenti e complesse) che potete arrangiare come volete per costruirvi il vostro percorso progettuale preferito.

Questo esempio è corredato dal file "Esempio 3.aio".

Effetti della non linearità

Si illustra come con l'impiego delle fasi si possa valutare il residuo di una deformazione plastica alla variazione o alla rimozione di un carico

Fin qui abbiamo impiegato un materiale elastico con il preciso scopo di mostrare la corrispondenza dei risultati, ma le leggi lineari non consentono di tenere la "memoria" della storia dei carichi. Impieghiamo allora un materiale il cui comportamento è descritto da leggi non lineari, ad esempio di Drucker-Prager.

Quello che vogliamo fare è verificare l'effetto della rimozione di un carico. Quindi usiamo le due fasi come in precedenza assegnando però un solo carico, sempre di bordo solo nella prima fase rimuovendolo poi nella seconda. Avvisiamo solo che la seconda fase se non trova una condizione di carico associata non può valutare il cambiamento e pertanto dovremo assegnare alla condizione di carico un valore rappresentativo (estremamente piccolo) del carico rimosso.

Poiché il nostro intento è capire a fondo quello che facciamo e soprattutto verificare che non abbiamo fatto errori (ad esempio assegnando i carichi) usiamo un materiale elastico lineare e vediamo cosa succede nelle due fasi. Nella figura seguente il grafico dello spostamento di un nodo superiore. Prima si ha, nella prima fase, un abbassamento poi, nella seconda fase, a carico rimosso, la deformazione si annulla e viene recuperata la posizione iniziale.



Assegniamo ora il materiale a comportamento descritto da leggi non lineari (non è il materiale ad essere "non lineare"...) e vediamo come nella prima fase vi sia un comportamento post-elastico e che nella seconda fase, a carico rimosso, viene recuperato solo lo spostamento elastico (le pendenze dei due rami lineari sono identiche e lo mostrano chiaramente). Resta, come c'era da aspettarsi una deformazione residue anche a carico rimosso.



Questo ci consentono di valutare le fasi.

Il file che accompagna questo esempio è il file "esempio 3 ter.aio".